

**CENTRO DE INNOVACION APLICADA A TECNOLOGIAS  
COMPETITIVAS**

“Optimización de variables de proceso para la reducción del tiempo de reproceso en el reactor tipo Batch, en la manufactura de adhesivos PU por medio de diseño experimental MSR.”

MAESTRIA EN CIENCIA Y TECNOLOGIA EN LA ESPECIALIDAD DE  
INGENIERIA INDUSTRIAL Y MANUFACTURA

PRESENTA:

I.Q. JOSE DE JESUS CABRERA CASTRO.

DIRECTORES.

M.I.Q. CARLOS ALBERTO BRAVO

M.C. LUIS FRANCISCO VILLALOBOS GONZALES

**LEON, GTO. 03 de FEBRERO de 2014.**

---

## RESUMEN.

El presente trabajo de desarrollo tecnológico consistió en realizar la optimización de las variables de proceso, para reducir los tiempos de reproceso en la manufactura de la línea de adhesivos PU, en un reactor tipo Batch, utilizando el diseño de experimentos mediante la metodología de superficie de respuesta, con optimización múltiple ya que esta metodología busca el óptimo simultaneo, encontrando una solución compromiso basada en la función de deseabilidad empleando un diseño central compuesto con un factorial  $2^3$ .

Ya que es una herramienta que permite el mejoramiento tanto de los productos como de procesos con el objetivo de que los bienes producidos se adecuen de la mejor manera posible a las exigencias del mercado.

El objetivo de este trabajo es obtener mejoras sustanciales en la disponibilidad de los equipos y reducción de tiempos de integración en la producción de adhesivos de poliuretanos, este trabajo destaca la importancia que tiene el diseño experimental como herramienta estadística para el mejoramiento de procesos productivos, que va más allá del simple monitoreo impuesto por las técnicas de control estadístico de procesos, sin demeritarla como herramienta útil para controlar su rendimiento.

En este trabajo se pretende obtener resultados del proceso de manufactura de adhesivos de la línea PU mediante la optimización de dichas variables y hacer más eficiente el proceso de manufactura de dichos adhesivos mediante las mejores condiciones de operación del equipo.

## Contenido

<b>CAPITULO 1. GENERALIDADES.....</b>	<b>5</b>
<b>1.1 INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>6</b>
1.1.1 Adhesivos en la Industria del Calzado.....	8
1.1.2 Manufactura de Adhesivos de poliuretano para la industria del calzado.....	10
<b>1.2 Descripción de las Etapas del Proceso Productivo.....</b>	<b>12</b>
1.2.1 Reactor Discontinuo o tipo Batch.....	13
<b>1.3 Antecedentes y Situación Actual del Problema.....</b>	<b>14</b>
<b>1.4 HIPÓTESIS.....</b>	<b>14</b>
<b>1.5 JUSTIFICACION.....</b>	<b>14</b>
<b>1.6 OBJETIVO GENERAL Y ESPECÍFICO.....</b>	<b>15</b>
1.6.1 Objetivo General:.....	15
1.6.2 Objetivo Especifico:.....	15
<b>1.7 RESULTADOS E IMPACTOS ESPERADOS.....</b>	<b>15</b>
<b>1.8 ESTADO DE ARTE.....</b>	<b>16</b>
1.8.1 Eleccion del diseño de experimentos.....	20
<b>CAPITULO 2. MARCO TEORICO.....</b>	<b>22</b>
<b>2.1 TECNICAS DE OPTIMIZACIÓN.....</b>	<b>23</b>
2.1.1 La programación lineal (PL).....	23
2.1.2 Programación no lineal.....	24
2.1.3 Diseños Experimentales.....	25
2.1.4 Metodología de superficies de respuesta.....	28
2.1.5 Metodología Taguchi.....	38
2.1.6 Diseños para ajustar modelos de segundo orden.....	44
2.1.7 Transformaciones para estabilizar la varianza.....	58
<b>2.2 OPTIMIZACION SIMULTÁNEA DE VARIAS RESPUESTAS.....</b>	<b>62</b>
2.2.1 Superposición de gráficos de contorno.....	63
2.2.2 Funciones de utilidad.....	66
2.2.3 Gradiente reducido generalizado (GRG).....	72
<b>2.3 Capacidad de proceso.....</b>	<b>75</b>
2.3.1 ÍNDICE $C_p$ .....	75
2.3.2 Interpretación del índice $C_p$ .....	76
2.3.3 INDICE K.....	78
2.3.4 Capacidad de largo plazo e índices de $P_p$ y $P_{pk}$ .....	79

---

<b>CAPITULO 3. METODOLOGÍA.....</b>	<b>81</b>
<b>3.1 METODOLOGIA DE LA INVESTIGACION.....</b>	<b>82</b>
3.1.1 Determinación de variables controlables y variables de respuesta. ....	83
3.1.2 Materiales y métodos. ....	85
<b>CAPITULO 4. RESULTADOS.....</b>	<b>87</b>
<b>ANÁLISIS DE LOS DATOS EXPERIMENTALES. ....</b>	<b>88</b>
<b>4.1 BUSQUEDA INICIAL (Modelo de Primer Orden). ....</b>	<b>88</b>
4.1.1 Variable viscosidad.....	88
4.1.2 Variable de Tiempo de Reproceso. ....	89
4.1.3 Variable Solvente Recuperado.....	89
<b>4.2 BUSQUEDA II (Modelo de Segundo Orden). ....</b>	<b>90</b>
4.2.1 Variable de viscosidad.....	91
4.2.2 Variable de tiempo de reproceso.....	95
4.2.3 Variable solvente recuperado.....	98
<b>4.3 Optimización de respuestas múltiples. ....</b>	<b>103</b>
<b>4.4 Estudio de capacidad de proceso en planta antes de optimización. ....</b>	<b>108</b>
<b>4.5 Estudio de capacidad con mejora propuesta por la optimización de variables. ....</b>	<b>110</b>
4.5.1 Comparativo entre análisis de capacidad antes vs después de la mejora. ....	111
<b>CAPITULO 5. CONCLUSIONES.....</b>	<b>113</b>
<b>CAPITULO 6. APÉNDICE.....</b>	<b>115</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>117</b>

# CAPITULO 1. GENERALIDADES.

## 1.1 INTRODUCCIÓN.

Los adhesivos se han utilizado durante miles de años, pero hasta hace 100 años, la gran mayoría fue a partir de productos naturales, tales como huesos, pieles, pescado, leche, y hasta de plantas. Desde el año 1900, los adhesivos a base de polímeros sintéticos se han introducido, y hoy en día, hay muchos usos industriales de adhesivos y selladores. Es difícil imaginar un producto: en el hogar, en la industria, el transporte, o en cualquier otro lugar, que no utiliza adhesivos o selladores de alguna manera. (Kinloch AJ 1987 Adhesión and adhesives: science and technology).

La tecnología de adhesión es hoy en día muy importante ya que tiene el enfoque común a muchas situaciones de unión. Hay muchos libros y varias revistas internacionales que se ocupan de este tema. Sin embargo, cuando el usuario final tiene que aplicar esta tecnología, a menudo desconoce a fondo las diversas tecnologías relacionadas con los adhesivos y selladores, así como su uso y aplicación de estos y los resultados que esperaría sería la unión correcta de uno o varios sustratos.

El poliuretano (PU) es un compuesto polimérico duro plástico de eficacia demostrada y gran versatilidad. Esta tecnología se usa principalmente en espumas blandas y duras, plásticos, así como adhesivos y selladores de alta calidad – en otras palabras: en la vida cotidiana en general.

Los adhesivos PU se usan en diferentes áreas, por ello deben ser también extremadamente versátiles en sus propiedades físicas y químicas para satisfacer requisitos muy diversos – por ejemplo, en materiales aislantes o de amortiguación, capas exteriores o de recubrimiento para proteger superficies. Los poliuretanos son apropiados para todas estas tareas, ya que el polímero PU puede adaptarse selectivamente, de modo que puedan fabricarse uniones rígidas, extremadamente resistentes a los golpes, así como materiales blandos y flexibles.

Además, los polímeros PU espuman fácilmente. Todas estas propiedades físicas permiten dar soluciones técnicas perfeccionadas para muchas aplicaciones difíciles.

Los adhesivos PU presentan una excelente flexibilidad y durabilidad. Están disponibles como sistemas de uno o de dos componentes y son apropiados para pegar los materiales más diversos.

Los adhesivos de PU se adaptan a múltiples requisitos de aplicación y aportan características de protección. Entre ellas se incluyen la elasticidad, la buena resistencia a múltiples productos químicos y el calor, así como su idoneidad como masa de relleno y nivelación.

Los poliuretanos se utilizan desde hace unos 50 años como adhesivos y han demostrado su flexibilidad, resistencia a los golpes y adherencia sobre casi todos los materiales y superficies corriente. Los adhesivos tienen presencia en diversas industrias así como el tipo y mercado por ventas como lo muestra el gráfico 1.

### ► Aplicaciones

Como adhesivo para aplicaciones de montaje, por ejemplo, en los sectores siguientes:

- Industria de caravanas
- Transportes
- Construcción
- Industria del mueble
- Electrodomésticos
- Herramientas

- La industria del calzado
- La industria automotriz

Como masa de moldeo y relleno para:

- Industria de filtros
- Construcción de maquinaria
- Industria eléctrica

Como revestimiento de protección para superficies exteriores en los sectores siguientes:

- Transportes
- Fabricación de tuberías

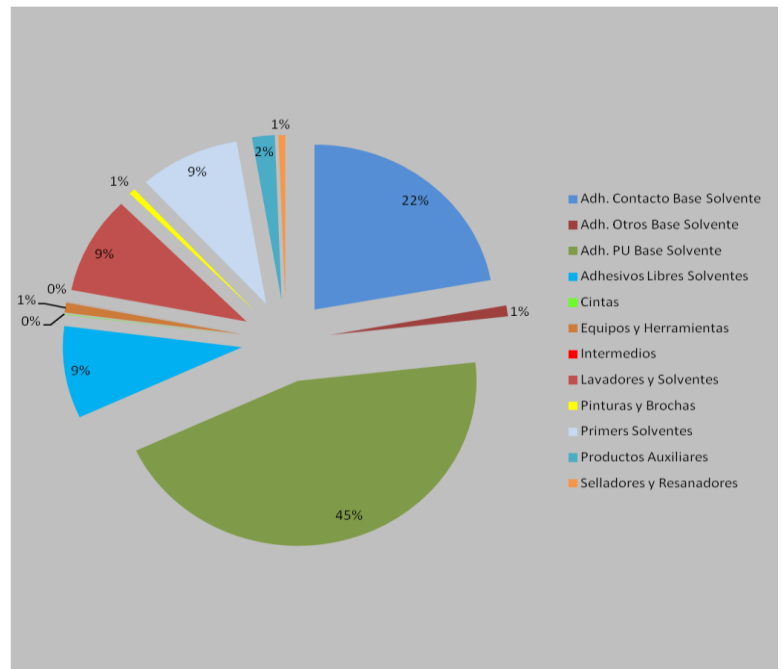


Gráfico 1 % de ventas por tipo de adhesivo.

### ► Ventajas

- Elevada fiabilidad de proceso
- Indicado para temperaturas altas y muy bajas
- Elevada velocidad de proceso para mayor productividad
- Gran diversidad de métodos de aplicación

Todos los productos tienen ciertas características que describen sus resultados con respecto a los requisitos o expectativas de los clientes. Características tales como la economía de combustible de un coche, el peso de un paquete de cereales para el desayuno, las pérdidas de potencia de un calentador de agua caliente. (Ross, Phillip., 1996.)

Los adhesivos o pegamentos son ampliamente utilizados en muchos sectores industriales, donde es esencial su uso diario para la fabricación de miles de productos. Hay muchas clases de formulaciones y metodologías capaces de realizar la vinculación o unión de varios sustratos. El material adhesivo “debe ser capaz de mojar la superficie en la cual se aplicará, por lo menos un instante, se utiliza relativamente una capa delgada, de modo que forme un empalme capaz de transmitir la tensión, que sea fuerte y ligero.

Para nuestro caso de estudio un adhesivo debe de contar con un excelente agarre en la adhesión entre los sustratos y que cumplan con su función, aunque la adherencia puede obedecer a diversos mecanismos de naturaleza física y química, como lo son el magnetismo y las fuerzas electrostáticas, desde el punto de vista tecnológico, los adhesivos son los integrantes del grupo de productos, naturales o sintéticos, que permiten obtener una fijación de carácter mecánico.

Los adhesivos más utilizados en la industria del calzado son los adhesivos de poliuretano y policloropreno en base disolvente orgánico.

### **1.1.1 Adhesivos en la Industria del Calzado.**

La fijación de la parte superior de suela por medio de adhesivos en la fabricación de zapatos es una de las tecnologías de unión más exigentes. Varios tipos diferentes de materiales se utilizan para la fabricación de zapatos la mayoría de ellos de diferente composición y naturaleza diferentes, esto ocurre año con año debido a tendencias de la moda. Por otra parte, también la forma geométrica y el cambio de diseño son muy a menudo frecuentes, en los zapatos para hombre y mujer, y por lo tanto, las diversas variedades de modelos que pueden ser fabricados (zapatos casuales, zapatos de deporte, botas de seguridad, zapatos de sanitarios y ortopédicos).



Por cada zapato, la unión debe estar diseñada especialmente para cada tipo de aplicación, esta situación ocurre dos veces al año (primavera y el otoño). Es una de las razones por las cuales la dificultad de establecer una metodología unificada para la unión del zapato ya que los fabricantes de calzado no tienen tiempo debido a tendencias de la moda que cambian constantemente y lo realizan con el temor de que se despegue el calzado a través de su uso. (Martín-Martínez JM , 2003).

***“La unión de la parte superior a la suela por medio de adhesivos en la fabricación de calzado es una de las tecnologías de unión más exigentes”.*** (Martín-Martínez JM , 2003)

Otra característica particular en la industria del calzado es la falta de control de calidad de materiales y adhesivos. Fabricantes de calzado tienen un amplio conocimiento sobre cómo hacer zapatos, pero sus conocimientos sobre la unión, proviene principalmente de la experiencia y los consejos de los fabricantes de adhesivos. (Martín-Martínez JM , 2003).

Sin duda, la unión de partes del calzado se convierte en un arte más que una tecnología y los fabricantes de calzado, necesitan tecnología, que les permite ofrecer a clientes productos de calidad, es aquí donde las empresas manufactureras de adhesivos, deben ofrecer un producto que satisfaga las necesidades de los procesos, en el aseguramiento de la calidad y los logros de productividad, ofreciendo un producto acorde a las necesidades y de bajo costo elaborado con calidad.

Las empresas de fabricación en todo el mundo se ven afectados por la globalización y obligados a ser más competitivos cada día para mantener su rentabilidad. La implementación de la calidad total es citada como uno de los indicadores más fuertes de competitividad de la empresa.

***Una estrategia de competitividad*** en las empresas es bajo un enfoque de productos a bajo costo y con calidad, para establecer su posición y de tal manera garantice su éxito continuo.

Algunos ejemplos de estrategias son:

- Diversificar los productos.
- Competir en base a los costos.
- Competir en base a la diferenciación.
- Enfocarse en un segmento de mercado específico.

Una herramienta que permite el mejoramiento tanto de los productos como de procesos con el objetivo de que los bienes producidos se adecuen de la mejor manera posible a las exigencias del mercado es el diseño de experimentos, campo cuyo pionero fue Ronald A. Fisher, matemático y actuario, quien en 1919 realizó los primeros avances en este campo en la agricultura. (Montgomery, D. C., 2008)

Por lo cual una de las estrategias de la compañía es competir en base a los costos de operación, debido a esto se identifica la posibilidad de realizar la optimización de variables de proceso, en la manufactura de los adhesivos de la línea de poliuretanos, por medio de un diseño experimental, ya que es importante para obtener las mejoras sustanciales en la disponibilidad de los equipos y la reducción de tiempos de integración en la producción de adhesivos y minimizar el impacto de los costos de fabricación en la planta química, eliminando los desperdicios como son los dichos reprocesos.

### **1.1.2 Manufactura de Adhesivos de poliuretano para la industria del calzado.**

En esta sección se realiza una descripción general del proceso de producción de la manufactura de adhesivos de la familia de los poliuretanos (PU'S), en SOLDER DE MEXICO S.A. DE C.V. En el cual se pretende aplicar el diseño de experimentos, en la fase de la integración del proceso de producción, con el fin de lograr un aumento en el disponibilidad del equipo y en la reducción del los tiempos de reproceso.

La elaboración se lleva a cabo dentro de un reactor tipo Batch donde no entra ni sale material durante el mezclado de los componentes, sino más bien, al inicio del proceso se introducen los materiales: dióxido de silicón, resina co-polímero de cloruro de vinilo y acetato de vinilo, sistema de Titanato, zirconato y aluminato, poliuretano termoplástico, sistema de solventes (tolueno, acetona), de acuerdo a la cantidad de formulación (confidencial), y se lleva a las condiciones requeridas, y se deja mezclar por un tiempo establecido de 120 min, luego se muestrea el lote, si cumple especificaciones se descarga el producto de la mezcla, si no sufre un tiempo de reproceso de 40 min y se vuelve a muestrear y se determinan sus especificaciones de calidad de acuerdo a la norma ASTM D2556-93A si cumple es liberado por viscosidad (cps) y % de sólidos del adhesivo de acuerdo a dicha norma, para validar el cumplimiento de la calidad esperada del producto en cuestión como lo muestra la Figura 1.

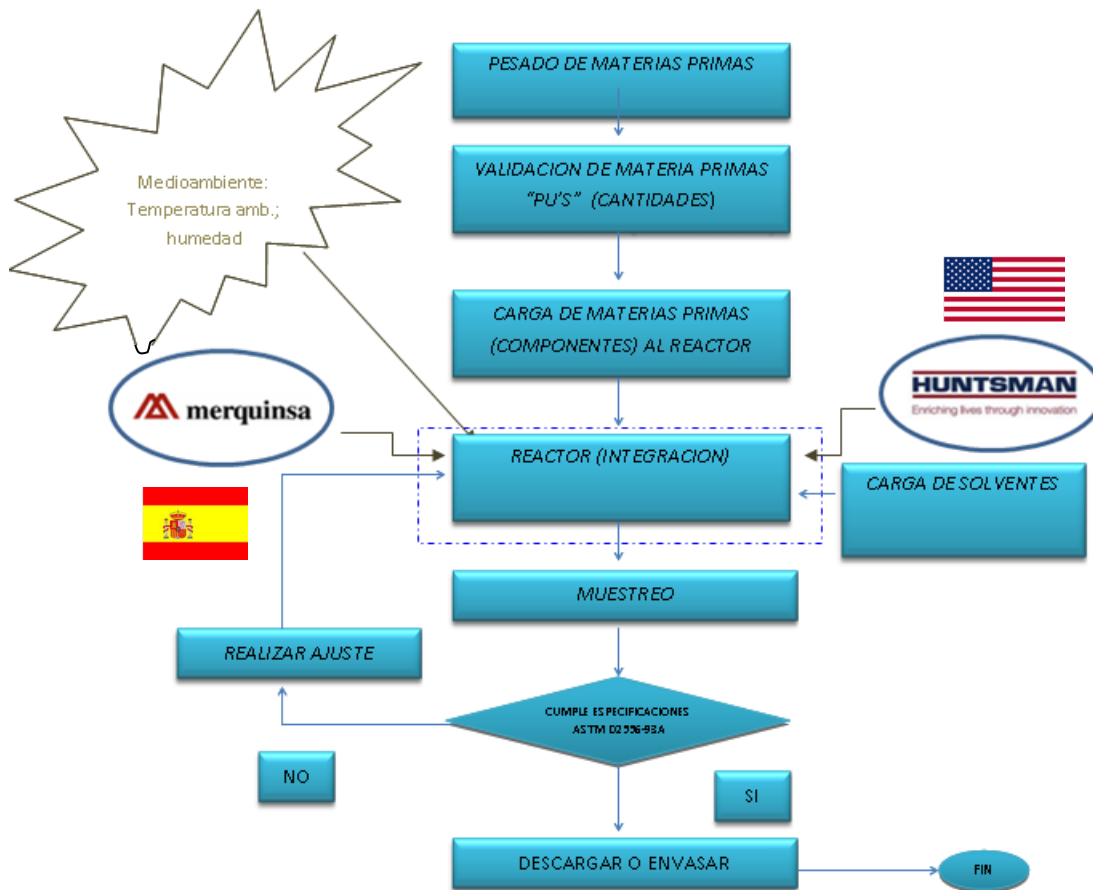


Figura 1 Etapas del proceso de manufactura de adhesivos PU.

## 1.2 Descripción de las Etapas del Proceso Productivo.

**Pesado de materias primas:** el objetivo de esta etapa es pesar los kg de la materia prima (componentes químicos), de la formulación con la mayor precisión por medio de básculas calibradas y para minimizar el grado de variación en la composición del producto.

**Validación de materias primas:** En esta etapa se valida que las cantidades en los pesos sean los exactos de acuerdo a la formulación, de igual manera se valida que el componente químico sea el correcto.

**Carga de materias primas al reactor o centro de trabajo:** En esta etapa del proceso se cargan los componentes de la formulación dentro del centro de trabajo o reactor comenzando por los solventes adicionando los Kg. Que corresponde a la formulación en la orden de trabajo, después se cargan los sólidos de la materia prima (componentes químicos).

**Integración:** Se define integración al tiempo de mezclado que se deja a los componentes dentro del centro de trabajo o reactor, para que se disuelvan las materias primas con el solvente y se obtenga el producto deseado (adhesivo) de la familia PU.

**Muestreo:** en esta etapa del proceso se realiza un muestreo pasado el tiempo de integración del producto ya elaborado (los componentes y los solventes Mezclados), para verificar si cumple con las especificaciones características del adhesivo, por medio de evaluaciones de laboratorio.

**Especificaciones:** son los parámetros o las métricas para evaluar que el producto elaborado cumpla con las norma ASTM D2556-93A (viscosidad, % sólidos, PER, etc.), las cuales son evaluados por el laboratorio de especificaciones de la planta.

**Descarga o envasado:** esta etapa del proceso es cuando el producto cumple con las especificaciones o normas establecidas y ya es posible envasarlo cumpliendo con las características de calidad dentro de una lata y su sellado respectivamente.

### 1.2.1 Reactor Discontinuo o tipo Batch.

DEFINICION: Es aquel en donde no entra ni sale material durante la reacción o mezclado, sino más bien, al inicio del proceso se introduce los materiales, se lleva a las condiciones de presión y temperatura requeridas, y se deja reaccionar o mezclar por un tiempo preestablecido, luego se descargan los productos de la reacción o mezcla. También es conocido como reactor tipo Batch. (Levenspiel, O., 2004)

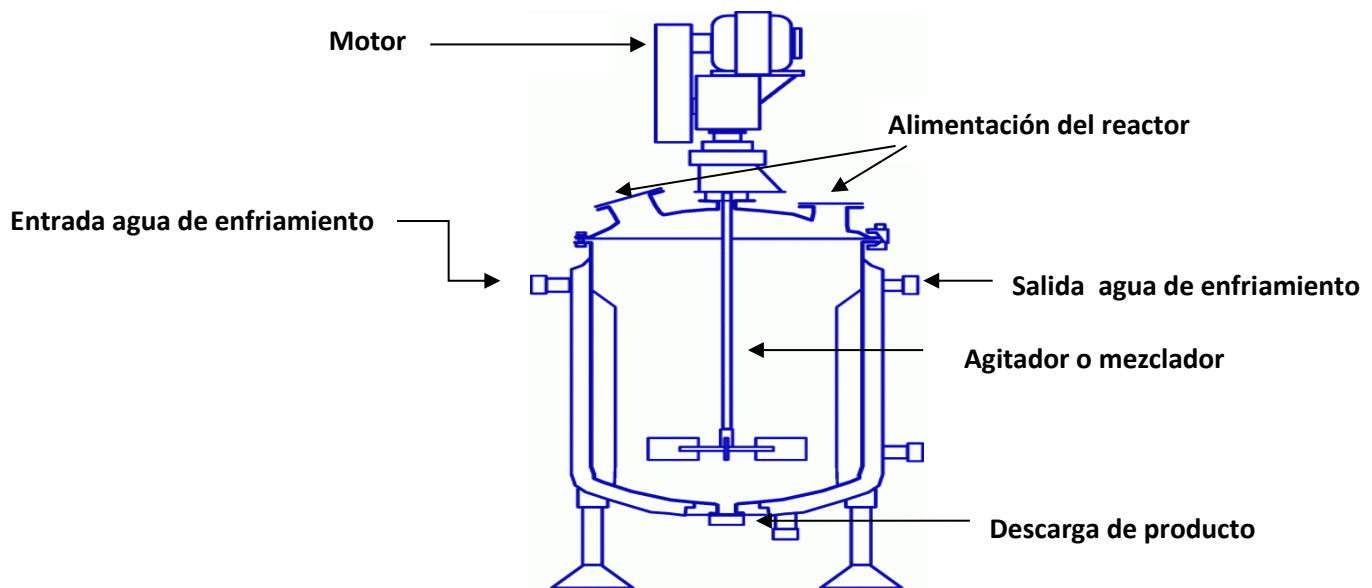


Figura 2 Reactor Batch

En SOLDER DE MEXICO SA DE CV. Solo se cuenta con un tipo de reactor que es el tipo Batch ( Figura 2 Reactor Batch). La característica de este reactor son las siguientes: es de acero al carbón con un volumen de 1836 lts. De capacidad, con sistema de enfriamiento (chaqueta), agitador con propela, con entradas de alimentación y una salida de productos. En el reactor únicamente solo se manufacturan adhesivos de la familia de Los Poliuretanos (PU'S), los cuales son adhesivos base solvente y con poliuretano, entre otros componentes como se mencionó anteriormente, además cuenta con un sistema de condensación para recuperar el solvente.

### 1.3 Antecedentes y Situación Actual del Problema.

Actualmente en SOLDER DE MEXICO SA DE CV. se detectó un área de mejora en la manufactura de adhesivo PU (poliuretano), debido a que los reprocesos son muy frecuentes en la etapa de integración de los productos, alargando el tiempo de proceso, cuando no cumplen especificaciones de calidad en el tiempo establecido en 120 min, por lo que se realizan los ajustes que se requieran al producto elaborado para que estén dentro de especificación, incrementando los costos de operación, además de la disminución en la disponibilidad del equipo para concluir el programa de producción semanal y teniendo pérdida en la eficiencia del equipo.

### 1.4 HIPÓTESIS.

Mediante la manipulación sistemática de las variables de proceso, obteniendo las condiciones que reduzcan los reprocesos, a través del diseño experimental se reducen los tiempos de procesos y se obtienen los tiempos de integración óptimos.

$H_0: \mu \leq 120$  min. Tiempo de integración

$H_1: \mu > 120$  min. Tiempo de integración

### 1.5 JUSTIFICACION.

Parte de la estrategia competitiva de la empresa, se opta por realizar un estudio en base al diseño de experimentos para optimizar, las variables de proceso: viscosidad, tiempo de reproceso, y el solvente recuperado, para disminuir los tiempos de integración y obtener los tiempos óptimos de integración, eliminando los reprocesos en los productos de la línea de adhesivos de PU, para aumentar la disponibilidad del equipo y reducir los costos de operación.

## 1.6 OBJETIVO GENERAL Y ESPECÍFICO.

### 1.6.1 Objetivo General:

Optimizar las variables de proceso de producción en el reactor tipo Batch mediante la metodología de superficie de respuesta, en la manufactura de adhesivos de la línea PU, para reducir los tiempos de reproceso (min), maximizar la cantidad de solvente recuperado y mantener la viscosidad en las especificaciones del producto y corroborar si la optimización afecta a la capacidad de proceso.

### 1.6.2 Objetivo Especifico:

- Identificar los factores significativos del proceso de producción de adhesivos, mediante el diseño de experimentos.
- Determinar los coeficientes de los modelos de regresión para las variables de respuesta.
- Determinar la optimización simultáneamente las variables de respuesta.
- Estimar el impacto de la mejora con un estudio de capacidad en el proceso antes y después de la mejora.

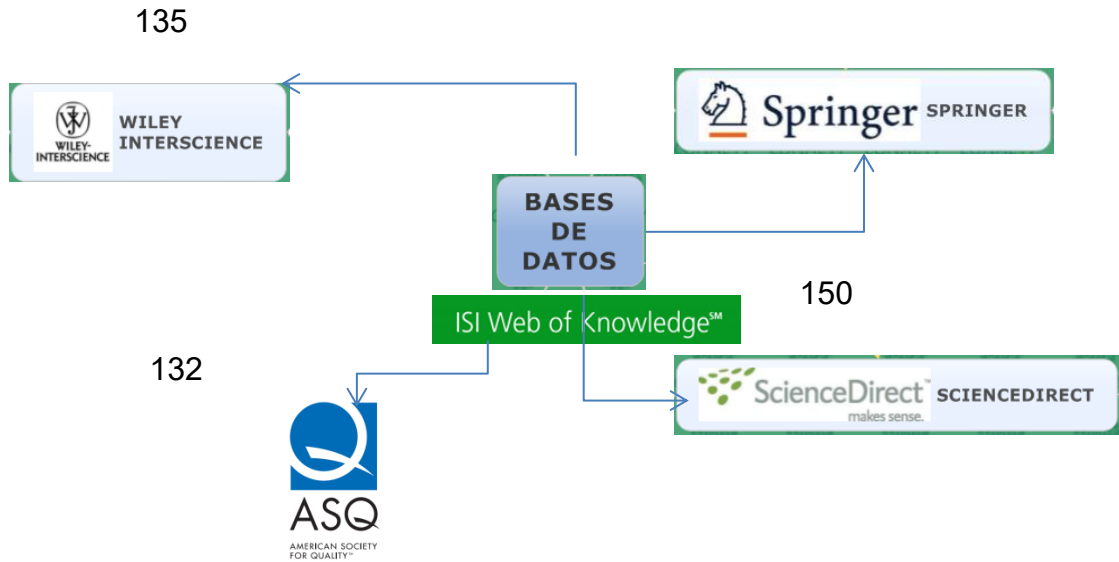
## 1.7 RESULTADOS E IMPACTOS ESPERADOS.

- Disminuir los tiempos de reproceso, por medio de la optimización de las variables de proceso.
- Mejorar los índices de capacidad de proceso de producción.
- Reducción de los costos de operación.
- Mantener las características de calidad del producto dentro de especificación

### 1.8 ESTADO DE ARTE.

La búsqueda documental fue realizada en las bases de datos:

121



Las palabras utilizadas en la búsqueda:

- Response surface methodology
- Optimization multi-response
- Robust Design
- Taguchi Method

De los cuales se obtuvieron las siguientes publicaciones disponibles por tópico investigado:

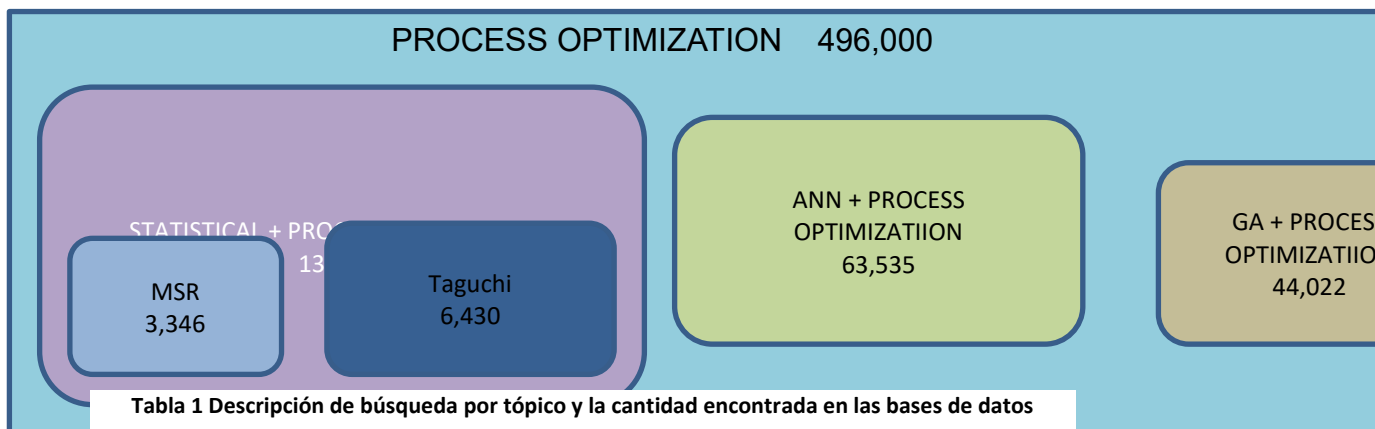


Tabla 1 Descripción de búsqueda por tópico y la cantidad encontrada en las bases de datos



Para el estado de arte, se mencionan solo algunos de las publicaciones por metodología así como su respectiva a portación para este trabajo.

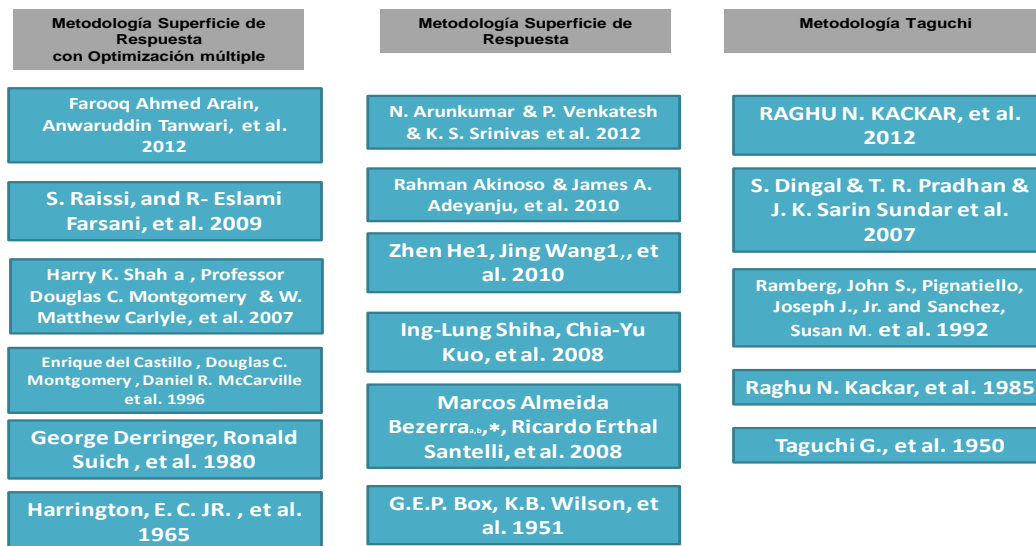


Figura 3 Mapa de investigación realizada en las bases de datos por metodología

Breve descripción de las publicaciones de optimización múltiple.

OPTIMIZACION DE RESPUESTA MULTIPLE	(Farooq Ahmed Arain, Anwaruddin Tanwari, Tanveer Hussain1, and Zulfiqar Ali Malik, 2012). Utilizaron la metodología de superficie de respuesta con optimización múltiple, Para determinar la mejor velocidad del rotor y el nivel de torsión del hilo para la fuerza óptima hilo en Hilados de algodón, mediante la deseabilidad propuesta por Derringer y Suich.
	(S. Raissi, and R- Eslami Farsani., 51, 2009). Realizan un estudio sobre la literatura publicada sobre la metodología en el diseño robusto y se ocupa básicamente de la optimización de una sola respuesta o característica de calidad, Para la mayoría de los productos, sin embargo, la calidad es multidimensional, por lo que es común observar múltiples respuestas en una situación experimental. Mediante la metodología de superficie de respuesta utilizan los trabajos más citados para explicar esta metodología y muestran problemas de diseño con más de dos respuestas
	(Del Castillo, E., Montgomery, D.C. y McCarville, D.R., Julio de 1996). Utilizaron la metodología de la función deseabilidad para optimizar varias respuestas , modificando las funciones de deseabilidad, basados en el métodos de gradiente de optimización, en un proceso industrial de la unión por hilo que se produce en la fabricación de semiconductores
	(Derringer, G. y Suich, R. , 1980). Emplean una diferente forma la función de deseabilidad e ilustran su uso en la ejemplo del desarrollo de un compuesto de goma para bandas de rodadura de neumáticos. Para maximizar este función
	(Harrington., E., 1965). Presentó un esquema de optimización utilizando lo que él denomina la función de deseabilidad, para el Problema de optimización múltiple de la calidad global del producto entre varias propiedades de calidad individuales, propone una escala de deseabilidad individual que oscila entre 0 y 1, un di = 0 corresponde a un nivel totalmente indeseable de la calidad, por lo tanto, el producto no es aceptable. Por otra parte un di = 1 representan un nivel completamente aceptable de calidad y la deseabilidad general (D) la obtiene mediante la media geométrica de las deseabilidades individuales

## Breve descripción de las publicaciones de metodología de superficie de respuesta.

### METODOLOGÍA DE SUPERFICIE DE RESPUESTA

(N. Arunkumar & P. Venkatesh & K. S. Srinivas & Sanjiv Kaushik, 2012). Empleando la metodología de superficie de respuesta (RSM) como un sistema eficaz para la construcción de un modelo matemático y la optimización del proceso de recubrimiento de poliuretano en: acrilonitrilo-butadieno-estireno, usando un aplicador robótico de eje único. Se utiliza para optimizar las entradas de proceso mediante un diseño central compuesto tales como la distancia parcial de aplicador, la tasa de flujo de pintura, y viscosidad de la pintura para obtener los valores óptimos de las salidas del proceso; espesor de película seca (DFT), valor de clasificación (R), y la distinción de imagen (DOI)

(Ali Azadeh & Amir Maghsoudi, 2010). Empleando la metodología de superficie de respuesta, en un taller de acero optimizaron el rendimiento de los sistemas de producción variables discretas por medio de integración de: simulación por ordenador, diseño de experimento (DOE), la variable de respuesta y Sin embargo, la solución óptima global se calcula por la búsqueda tabú (TS), que utiliza un enfoque meta heurística.

(Marcos Almeida Bezerra<sup>a,b,\*</sup>, Ricardo Erthal Santelli<sup>a</sup>, Eliane Padua Oliveiraa<sup>a</sup>, © 2008 ). Realizan una revisión sobre la aplicación de la metodología de superficie de respuesta (RSM) en la optimización de los métodos de análisis, los principios básicos y los pasos para su aplicación, realizan una comparación en términos de características y rendimiento entre los diseños experimentales : diseños factoriales, box Behnken, diseño central compuesto y los diseños Doehlert) y el uso de las redes neuronales para modelado también se discuten en la aplicación de la química analítica

(Ing-Lung Shih, Chia-Yu Kuo, Feng-Chia Hsieh, Suey-Sheng Kao, Chienyan Hsieh, 2008). Emplearon la Metodología de superficie de respuesta (RSM) para optimizar las condiciones de cultivo de Bacillus subtilis, S3 para la mejora de iturina A, en la producción de un antibiótico lipopéptido utilizado como pesticida biológico

(Box G. E. P. & Wilson K. B., 1951). Investigaban el encontrar las condiciones optimas de operación de la temperatura [T], la presión [P], y las concentraciones de los diversos reactivos que dieron un rendimiento máximo [y] de un producto deseado. Mediante el método de ascenso más escarpado. Esto requiere que las derivadas  $\partial y / \partial T$ ,  $\partial y / \partial P$ , esta técnica era el primer ascenso más escarpado orden seguido, las segundas derivadas etc, a  $(\partial T)^2 \partial^2 y / \partial T^2 \partial P$  se estima adicionalmente. Las ecuaciones de segundo orden de exploración fueron juzgadas ahora en un número de estudios de mejora de procesos y demostrado ser extremadamente eficaz en práctica comúnmente llamada metodología de superficie de respuesta.

## Breve descripción de las publicaciones de la metodología Taguchi.

### METODOLOGIA TAGUCHI

(H.-L. Lin, 2012). Realiza un estudio para realizar la primera optimización de los parámetros del proceso producción de baterías de iones de litio secundarias: la junta de solapa la calidad de la ventilación de seguridad y el cátodo conductor influye en la calidad del producto y la eficiencia de la producción, mediante el método de Taguchi y Una red neuronal (NN) con un algoritmo Levenberg-Marquardt de retropropagación se adoptó para desarrollar la relación no lineal entre los factores y la respuesta. Y después un algoritmo genético basado en un modelo bien entrenado NN se aplicó para determinar los valores óptimos de los factores.

(S. Dingal & T. R. Pradhan & J. K. Sarin Sundar & A. Roy Choudhury & S. K. Roy, 2008). Realizan una investigación del proceso de sintetización por laser aplicando la metodología experimental Taguchi mediante un arreglo ortogonal de diseño L8, para el tamaño del rango de las partículas de polvo de hierro y de espesor de capa de polvo, fueron seleccionados para la investigación. Densidad, porosidad, y dureza fueron considerados para la caracterización de la muestras sinterizadas

(Jang-Kweon Kim", 1999). Realiza un estudio para obtener la velocidad de alta de flujo de un intercambiador de calor (HE) a través de un estado óptimo de una carcasa del ventilador. Los factores de control en el presente estudio son el diámetro del orificio de entrada, el acaloramiento del orificio de entrada, el ángulo de corte, y el acaloramiento act-off. Mediante un arreglo de matriz ortogonal L9 (34).

(Ramberg, John S., Pignatiello, Joseph J., Jr. and Sanchez, Susan M., 1992). Realizan un estudio sobre este enfoque y determinan que no toma en cuenta alguna de las situaciones de manera adecuada, en las interacciones significativas que están presentes. La lógica de considerar la relación S/N es de uso universal poco convincente y engañosa o no es confiable y solo puede optimizar una sola variable de respuesta

(RAGHU N. KACKAR, 1985). Realizan un estudio sobre este enfoque presenta los conceptos de control de calidad fuera de línea y diseño de parámetros y luego discute el método de Taguchi para la realización de experimentos de los parámetros de diseño, actividades de control de costos realizados en el producto y las etapas del proceso de diseño para mejorar la fabricación del producto y la fiabilidad, y para reducir el desarrollo de productos y costos de vida útil, insensibles a factores de ruido

(Taguchi G., 1950). Establece un eficiente sistema que ayuda a obtener una combinación óptima de diseño de parámetros para que el producto sea funcional y ayude a obtener un alto nivel de desempeño y que sea robusto a los factores de ruido. Mediante diseños factoriales fraccionados (arreglos ortogonales) y utilizando la función de perdida que es evaluar cuantitativamente la pérdida de calidad debido a variaciones funcionales

### 1.8.1 Eleccion del diseño de experimentos.

#### Comparativo:

<b>METODOLOGÍA TAGUCHI</b>	<b>(ROSS, Phillip., 1996.)</b>	La metodología Taguchi es un diseño robusto y se utiliza en la optimización de productos y procesos, a fin de asegurar productos robustos, (los hace insensibles a los factores de ruido), de alta calidad y bajo costo.
	<b>(Ramberg, John S., Pignatiello, Joseph J., Jr. and Sanchez, Susan M., 1992)</b>	El método Taguchi, combina las técnicas de diseño experimental con las consideraciones de la pérdida de calidad, es el enfoque convencional para lograr robustez. Se determina que no toma en cuenta, algunas de las situaciones de manera adecuada, en interacciones significativas que están presentes. La lógica de considerar la relación S/N es de uso universal poco convincente y engañosa o no es confiable y solo puede optimizar una sola variable de respuesta
	<b>(RAGHU N. KACKAR, 1985).</b>	El más indiferencia importante entre un diseño clásico y experimental el diseño del método Taguchi, es que el primero tiende a centrarse exclusivamente en la media de la característica de calidad mientras que el segundo considera la minimización de la varianza de la característica de interés.
	<b>(Hung, 1990; Shiau, 1990. Tai et al, 1992)</b>	Para problemas multi-respuesta se le asigna un peso a cada relación S / N para cada características de la calidad y la suma ponderada de los S / N para la el análisis, Sin embargo, la determinación de un peso definido para cada respuesta en un caso real sigue siendo difícil

Ha existido algunos artículos donde se le crítica por parte de algunos investigadores, (Ramberg, John S., Pignatiello, Joseph J., Jr. and Sanchez, Susan M., 1992), sobre este enfoque ya que no toma en cuenta algunas de las situaciones de manera adecuada, en interacciones significativas que están presentes. La lógica de considerar la relación S/N es de uso universal poco convincente y engañosa o no es confiable.

METODOLOGÍA SUPERFICIE DE RESPUESTA	(S. Raissi, and R-Eslami Farsani., 51, 2009)	La metodología de superficie de respuesta es un diseño robusto que se ocupa básicamente, con la optimización de una sola respuesta o característica de calidad que es a menudo la más crítica para los consumidores
	(Del Castillo, E., Montgomery, D.C. y McCarville, D.R., Julio de 1996). Utilizaron	Se puede optimizar dos o más variables de respuestas múltiples en una situación experimental. Por lo que se puede aplicar la metodología de superficie de respuesta con optimización múltiple, mediante la función de deseabilidad.
	(Box, G.E.P., Hunter, W.G., and Hunter, J.S., 1978), (Montgomery, D. C., 2008).	La metodología de superficie de respuesta es una colección de técnicas matemáticas y estadísticas para la construcción de modelos empíricos y utilizados para modelar y analizar problemas, en la que una variable de interés es influenciada por otras. Por diseño cuidadoso de experimentos, el objetivo es optimizar una respuesta (la variable de interés) o salida, que está influenciada por otras diversas variables independientes (variables de entrada).

La metodología de superficie de respuesta (MSR) es uno de los diseños de experimentos (DOE), más utilizados para aproximar una función desconocida, para los que sólo unos pocos valores se calculan. El MSR se deriva de la ciencia y disciplinas en las que se llevan a cabo experimentos de físicos además de estudiar la relación desconocida entre un conjunto de variables de entrada y la de salida del sistema, o la respuesta.

La metodología de superficie de respuesta es un diseño robusto que se ocupa básicamente, con la optimización de una sola respuesta o característica de calidad que es a menudo la más crítica para los consumidores, para la mayoría de los productos, sin embargo, en algunas ocasiones la calidad tiene varias características que se deben de cumplir, por lo que es común observar respuestas múltiples en una situación experimental. Por lo que se puede aplicar la metodología de superficie de respuesta con optimización múltiple ya que esta metodología busca el óptimo simultáneo, encontrando una solución compromiso basada en la función de deseabilidad global, que satisfaga una solución donde todas las variables tengan un nivel satisfactorio. (Del Castillo, E., Montgomery, D.C. y McCarville, D.R., Julio de 1996). ***Por estas comparaciones se opta por utilizar la metodología de superficie de respuesta con optimización de variables múltiple para este proyecto.***

# CAPITULO 2.

# MARCO TEORICO

## 2.1 TÉCNICAS DE OPTIMIZACIÓN.

Existen diferentes técnicas para la optimización de procesos:

- La programación lineal: método simplex.
- La programación no lineal.
- El diseño experimental.

Dentro del diseño experimental se cuenta con una colección de técnicas útiles para la optimización de procesos, tales como: la Metodología de Superficie de Respuesta (MSR), el Algoritmo Estocástico de Perturbación Simultánea (AEPS) y la Metodología Taguchi (MT). En los últimos años, los investigadores han demostrado (Myers y Montgomery, 2009), un creciente interés en estas metodologías definiéndolas como una colección de técnicas estadísticas y matemáticas útiles para la optimización de procesos.

### 2.1.1 La programación lineal (PL).

En este caso la función objetivo es lineal y las restricciones que forman el problema también son lineales. La solución óptima de un PL cae en un vértice del espacio formado por la región factible. Cualquier solución local debe ser además la solución global del problema. Estos problemas han sido resueltos durante muchos años utilizando el algoritmo simplex, basado en métodos algebraicos. En los dos primeros se realiza mediante un modelo matemático, es decir se conoce el modelo matemático.

Para el caso en el cual todas, o al menos algunas de las funciones son no lineales y además sólo aparecen variables continuas, aparece un problema de programación no lineal (NLP).

Si la función objetivo y las restricciones son diferenciables, los óptimos locales vienen definidos por las condiciones de optimalidad<sup>1</sup> de Karush-Kuhn-Tucker. Estos son, probablemente los modelos más comunes en Ingeniería Química.

Una limitación de estos métodos es que su convergencia sólo está garantizada a un óptimo local. Para problemas que tienen una función objetivo convexa y una región factible convexa, este problema no existe, porque estos problemas sólo tienen un óptimo local que coincidirá con el óptimo global. En la práctica probar la convexidad de un problema no lineal es a menudo difícil, sino imposible, por lo que encontrar un óptimo local es considerado a menudo una solución satisfactoria sobre todo si ello significa una mejora en el proceso.

### **2.1.2 Programación no lineal.**

Se considera como tal al conjunto de métodos utilizados para optimizar, una función objetivo, sujeta a una serie de restricciones en los que una o más de las variables incluidas es no lineal.

Programación no lineal (PNL) es el proceso de resolución de un sistema de igualdades y desigualdades sujetas a un conjunto de restricciones sobre un conjunto de variables reales desconocidas, con una función objetivo a maximizar, cuando alguna de las restricciones o la función objetivo no son lineales. (Armitano, O. Edelman. J. y García, L. , 1985).

Una suposición importante de programación lineal es que todas sus funciones (función objetivo y funciones de restricción) son lineales. Aunque, en esencia, esta suposición se cumple para muchos problemas prácticos, con frecuencia no es así. De hecho muchos economistas han encontrado que cierto grado de no linealidad es la regla, y no la excepción, en los problemas de planeación económica, por lo cual, muchas veces es necesario manejar problemas de programación no lineal, lo cual vamos a analizar enseguida.

---

<sup>1</sup> El principio de optimalidad de Bellman : "dada una secuencia óptima de decisiones, toda subsecuencia de ella es, a su vez, óptima"



De la manera general el problema de programación no lineal consiste en encontrar:

$X = (X_1, X_2, X_3, X_4, X_N)$  para:

Maximizar  $f(X)$ , sujeta a:

$G_i(X) \leq b_i$  para  $i=1,2,\dots,m$ ,

$X \geq 0$ ,

Donde  $f(X)$  y  $g_i(x)$  son funciones dadas de  $n$  variables de decisión.

No se dispone de un algoritmo que resuelva todos los problemas específicos que se ajustan a este formato. Sin embargo, se han hecho grandes logros en lo que se refiere a algunos casos especiales, haciendo algunas suposiciones sobre las funciones, y la investigación sigue muy activa.

### 2.1.3 Diseños Experimentales.

El diseño y análisis de experimentos es un medio de importancia crítica en el campo de la ingeniería, ya que ayuda a mejorar el rendimiento de un proceso o sistema. En países como Japón y Estados Unidos de América esta técnica ha encontrado aplicación en industrias como la de semiconductores, electrónica, química, aeroespacial, automotriz, biotecnología, farmacéutica, entre otras, en donde han demostrado (Myers y Montgomery, 1995). Que se pueden generar productos con mayor confiabilidad y mejor funcionamiento en su campo a menores costos, menor tiempo de diseño y desarrollo de productos.

Los métodos estadísticos y las técnicas de diseños experimentales con aplicaciones a problemas industriales fueron desarrollados principalmente en Estados Unidos y Gran Bretaña por científicos del área aplicada (J. Lawson, J. L. Madrigal y J. Erjavec, 1992). Una de las ventajas de estos métodos es que permite el estudio de diferentes variables simultáneamente. Además, son empíricos y no requieren la definición de modelos matemáticos para describir situaciones físicas.

En lugar de eso, involucran planes de experimentos con procedimientos definidos que agilizan la determinación de soluciones e interpretación de datos.

Un experimento es una prueba o ensayo. El experimento diseñado es una prueba o serie de pruebas en las cuales se inducen cambios deliberados en la variable de entrada de un proceso o sistema, de manera que sea posible observar e identificar las causas de los cambios en la respuesta de salida (Montgomery, D. C., 2008).<sup>2</sup>

Un proceso o sistema puede ser representado por medio de una caja negra (Ver figura 4).

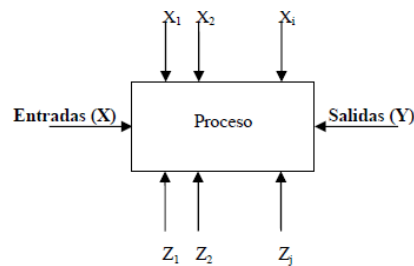


Figura 4. Esquema de un proceso

En la figura 1, se observa la existencia de factores controlables  $X_1, X_2, \dots, X_i$ ; factores no controlables  $Z_1, Z_2, \dots, Z_i$  (aunque pueden ser controlables para los fines del experimento); entradas y una respuesta o salida del sistema.

Entre los objetivos del experimento pueden incluirse:

- Determinar cuáles variables (factores) tienen mayor influencia en la salida del proceso (Y).
- Determinar el mejor valor de las  $X$  que influyen en la salida del proceso, de manera que  $Y$  tenga un valor cercano al valor deseado.
- Determinar el mejor valor de las  $X$  que influyen en  $Y$  de modo que su variabilidad sea pequeña.
- Determinar el mejor valor de las  $X$  que influyen en  $Y$ , de modo que se minimicen los efectos de los factores no Controlables  $Z$ .

<sup>2</sup> Scientia et Technica Año XIII, No 34, Mayo de 2007. Universidad Tecnológica de Pereira. ISSN 0122-1701

Los experimentos diseñados se usan frecuentemente durante las actividades de desarrollo y en las primeras etapas de la fabricación o mejora de algún producto o proceso. Un diseño experimental bien planeado permite inducir cambios de respuesta. Existen varios tipos de diseños experimentales, donde se observan las variables, factores y niveles, algunos por hacer mención como un diseño experimental  $2^k$  o  $3^k$ , estas técnicas se usan generalmente.

Las empresas actualmente se ven en la necesidad de mejorar su calidad y su productividad con el objetivo de poder competir y permanecer en el mercado, para tener un mejor aprovechamiento de sus recursos y no incurrir en costos excesivos. (Lawson, Madrigal, Erjavec, 1992). Mencionan que este mejoramiento es efectivo si en la etapa de desarrollo de nuevos productos y en la optimización de procesos se introduce una metodología de diseño experimental, la cual consiste en llevar a cabo una serie de pruebas en las cuales se inducen cambios deliberados en las variables de entrada de un proceso o sistema, de manera que sea posible observar e identificar las causas de los cambios en la respuesta de salida.

#### **Algunas definiciones para esta metodología.**

Los factores: son las condiciones del proceso que influyen la variable de respuesta. Estos pueden ser cualitativos o cuantitativos.

Respuesta: es una cantidad medible cuyo valor se ve afectado al cambiar los niveles de los factores. El interés principal es optimizar dicho valor.

#### **Diseños experimentales para ajustar superficies de respuesta.**

El ajuste y análisis de una superficie de respuesta se facilita con la elección apropiada de un diseño experimental. Un diseño es un conjunto específico de combinaciones de los niveles de las  $k$  variables que se utilizará al llevar a cabo el experimento.

#### 2.1.4 Metodología de superficies de respuesta.

La metodología de superficie de respuesta es una colección de estadística y métodos matemáticos que son útiles para el modelado y el análisis de problemas de ingeniería. En esta técnica, el objetivo principal es optimizar la superficie de respuesta que es influenciada por diversos parámetros del proceso. La metodología de superficie de respuesta también cuantifica la relación entre los parámetros controlables de entrada y la respuesta de la superficie obtenida.

El procedimiento de diseño de la metodología de superficie de respuesta es como sigue:

- (i) Diseño de una serie de experimentos para adecuada y medición fiable de la respuesta de interés.
- (ii) Desarrollo de un modelo matemático de segundo orden de superficie de respuesta con los mejores accesorios.
- (iii) Hallar el conjunto óptimo de parámetros experimentales que producen un valor máximo o mínimo de respuesta.
- (iv) En representación de los efectos directos e interactivos de procesar los parámetros a través de dos y tres dimensiones parcelas. Si todas las variables se supone que son medibles, la respuesta superficie puede expresarse como sigue:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_k) \quad \text{Ec. (6.1)}$$

El objetivo es optimizar la variable de respuesta. Se supone que las variables independientes son continuas y controlables por medio de experimentos con errores insignificantes. Es requerido para encontrar una aproximación adecuada para la verdadera relación funcional entre las variables independientes y la superficie de respuesta.

La metodología de superficie de respuesta (MSR), es una conocida hasta la fecha enfoque para la construcción de modelos de aproximación basados en cualquiera de los experimentos físicos, los experimentos de ordenador (simulaciones) y experimentos. (Box, G.E.P., Hunter, W.G., and Hunter, J.S., 1978), (Montgomery, D. C., 2008).

La MSR, fue inventada por (Box G. E. P. & Wilson K. B., 1951), es una colección de técnicas matemáticas y estadísticas para la construcción de modelos empíricos y utilizados para modelar y analizar problemas, en la que una variable de interés es influenciada por otras. Por diseño cuidadoso de experimentos, el objetivo es optimizar una respuesta (la variable de interés) o salida, que está influenciada por otras diversas variables independientes (variables de entrada). Esto se logra al determinar las condiciones óptimas de operación del sistema

Un experimento es una serie de pruebas, llamado carreras, en el que se preparan cambios en las variables de entrada a fin de reconocer las razones de los cambios en la respuesta de salida. (D.C. Montgomery and G.C. Runger, 1994).

MSR implica dos conceptos básicos:

- (1) La elección del modelo aproximado.
- (2) El plan de experimentos en los que la respuesta tiene que ser evaluado.

El rendimiento de un producto fabricado a menudo se caracteriza por un grupo de respuestas. Estas respuestas, en general, están correlacionadas y se mide a través de una escala de medición diferente. En consecuencia, un tomador de decisiones debe resolver el problema de selección de parámetros para optimizar cada respuesta. Este problema se considera como un problema de optimización múltiple-respuesta, sujeto a los requisitos de respuesta diferentes.

La mayoría de los métodos comunes son incompletos de tal manera que una variable de respuesta es seleccionado como el principal, una y se optimiza mediante la adhesión a las limitaciones establecidas, otros por los criterios. Muchas metodologías heurísticas han sido desarrolladas para resolver el problema de múltiples respuesta.

La metodología de superficie de respuesta (MSR) es ampliamente utilizado para la optimización de los procesos de fabricación y diseños de productos. La mayoría de las aplicaciones de MSR implica varias variables de respuesta. En un típico estudio de MSR, el experimentador se construirá un modelo empírico, tales como el modelo de segundo orden, a cada respuesta y utilizar estos modelos para determinar la configuración de las variables de diseño que producen los valores óptimos o aceptables, al menos para las respuestas. En la mayoría de los múltiples problemas de respuesta de RSM, el experimentador se ajusta a un modelo para cada respuesta por mínimos cuadrados ordinarios (MCO).

En los últimos años, la metodología de superficie de respuesta (RSM) ha traído muchas atenciones de muchos ingenieros de calidad en diferentes industrias. La mayor parte de la literatura publicada sobre la metodología de diseño robusto se ocupa básicamente de la optimización de una sola respuesta o característica de calidad que a menudo es más importante para los consumidores. Para la mayoría de los productos, sin embargo, la calidad es multidimensional, por lo que es común observar respuestas múltiples en una situación experimental. Se cree que el procedimiento propuesto en este estudio puede resolver un problema parámetro de diseño complejo con más de dos respuestas.

Se puede aplicar a aquellas áreas donde hay grandes conjuntos de datos y un número de respuestas son para ser optimizado simultáneamente. Además, el procedimiento propuesto es relativamente simple y puede ser aplicado fácilmente mediante el uso de prefabricados paquetes estadísticos estándar.

A menudo, los experimentadores de ingeniería desean conocer las condiciones en virtud del cual un determinado proceso alcanza los resultados óptimos. Qué es decir, se desea determinar los niveles de los parámetros de diseño en la cual la respuesta alcanza su óptimo. El óptimo podría ser o bien un máximo o un mínimo de una función de la los parámetros de diseño. Una de las metodologías para la obtención del valor óptimo es la técnica de superficie de respuesta. Hay tres libros que describen la teoría y la aplicación de los RSM: ( Box and Draper, 1987), (Khuri, A.I. and Cornell, J.A., 1996) y ( Raymond H. Myers, Douglas C. Montgomery , 2008).

En la aplicación práctica de metodología de superficie de respuesta, es necesario desarrollar un modelo de aproximación a la verdadera superficie de respuesta. La superficie subyacente verdadera respuesta es impulsada por un desconocido mecanismo físico. El modelo se basa en la aproximación datos observados del proceso o sistema de recogida a través de un experimento diseñado. Este modelo es una cuestión empírica del modelo del proceso o sistema. La mayoría de las aplicaciones de MSR es la participación de varias variables de respuesta.

Por ejemplo, Tseo et al. (1983) investigaron los efectos de la temperatura de lavado ( $x_1$ ), relación de tiempo de lavado ( $x_2$ ) y lavado ( $x_3$ ) en la elasticidad ( $y_1$ ), el número de ácido tiobarbitúrico ( $y_2$ ), cocinar por ciento de la pérdida ( $y_3$ ), y la blancura de índice ( $y_4$ ) de carne picada salmonete.

La Tabla 3 muestra los niveles de el diseño de código de las variables  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$  y la observar los datos de respuesta. El diseño experimental en La tabla 2 es un diseño central compuesto en el diseño de  $k = 3$  variables y los experimentadores observaron  $r = 4$  respuestas.

Tratamientos	Factores evaluados			Valores obtenidos para las variables de respuesta			
	Tiempo de lavado (X1)	Lavado (X2)	Elasticidad (X3)	Ácido tiobarbitúrico (Y1)	% de la perdida (Y2)	Índice de blancura (Y3)	Carne picada salmonete(Y4)
1	-1.000	-1.000	-1.000	1.82	29.31	29.50	50.36
2	1.000	-1.000	-1.000	1.73	39.32	19.40	48.16
3	-1.000	1.000	-1.000	1.85	25.16	25.70	50.72
4	1.000	1.000	-1.000	1.67	40.18	27.10	49.69
5	-1.000	-1.000	1.000	1.86	29.82	21.40	50.09
6	1.000	-1.000	1.000	1.77	32.20	24.00	50.61
7	-1.000	1.000	1.000	1.88	22.01	19.60	50.36
8	1.000	1.000	1.000	1.66	40.02	25.10	50.42
9	-1.682	0.000	0.000	1.81	33.00	24.20	29.31
10	1.682	0.000	0.000	1.37	51.59	30.60	50.67
11	0.000	-1.682	0.000	1.85	20.35	20.90	48.67
12	0.000	1.682	0.000	1.92	20.53	18.90	52.70
13	0.000	0.000	-1.682	1.88	23.85	23.00	50.19
14	0.000	0.000	1.682	1.900	20.16	21.10	50.86
15	0.000	0.000	0.000	1.89	21.72	18.50	50.84
16	0.000	0.000	0.000	1.88	21.21	18.60	50.93
17	0.000	0.000	0.000	1.87	21.55	16.80	50.98

Tabla 2. Diseño central compuesto para los efectos de la temperatura de lavado

En un típico estudio de RSM, el experimentador Obtiene o construye un modelo empírico de segundo orden a cada respuesta y utilizar estos modelos para determinar configuración de las X'S que producen el valor óptimo o por lo menos valores aceptables para las respuestas  $y_1, y_2,$  Etc. El experimentador se ajusta a un modelo de segundo orden como lo muestra la ecuación (3.0), para cada respuesta utilizando mínimos cuadrados.

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^k \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad \text{Ec. (3.3)}$$

#### 2.1.4.1 LOCALIZACIÓN DEL PUNTO ESTACIONARIO.

Suponiendo que se desea maximizar una respuesta, será encontrada en los niveles  $X_1, X_2, \dots, X_k,$  que optimizan la respuesta esperada a este punto será el conjunto niveles  $X_1, X_2, \dots, X_k$  tal que las derivadas parciales. (Montgomery, D. C. , 2008)

$$\frac{\partial \hat{y}}{\partial x_1} = \frac{\partial \hat{y}}{\partial x_2} = \dots = \frac{\partial \hat{y}}{\partial x_k} = 0 \quad \text{Ec. (3.4)}$$

Dicho punto se llama  $(X_{10}, X_{20}, \dots, X_{k0})$  se denomina punto estacionario, de los cuales pueden ser:

- a) Un punto de respuesta máxima.
- b) Un punto de respuesta mínima.
- c) Un punto de silla.

Esto se demuestra en las siguientes figuras:

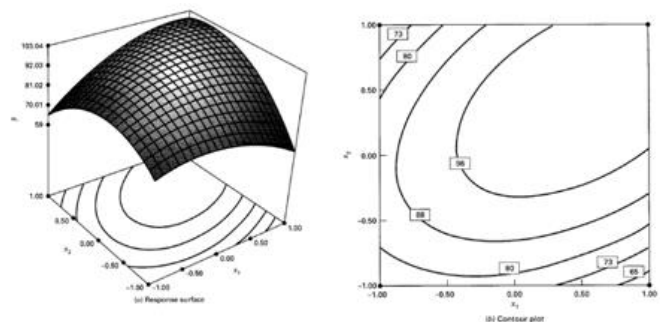


Figura 5 .Puntos estacionarios en una respuesta de segunda orden, ajustada: a) un máximo



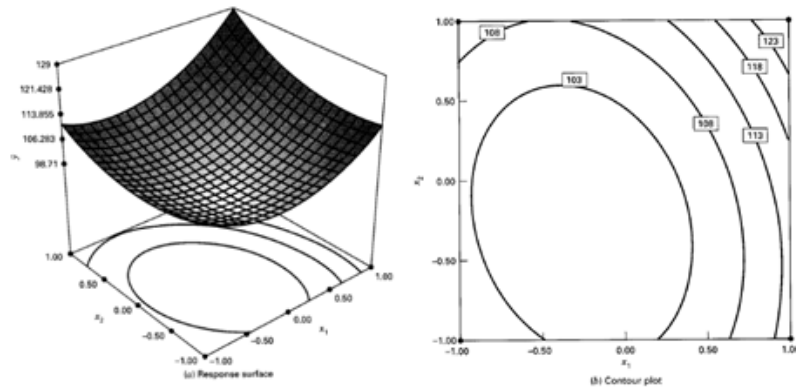


Figura 6. Puntos estacionarios en una respuesta de segunda orden, ajustada: b) un mínimo

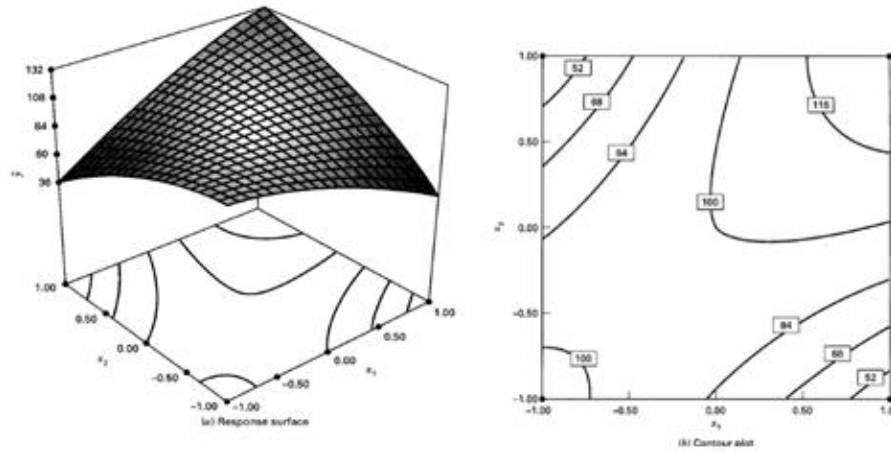


Figura 7. Puntos estacionarios en una respuesta de segunda orden, ajustada: c) un punto de silla

Podemos obtener el punto estacionario usando la notación matricial para el modelo de segundo orden. (Montgomery, D. C., 2008), ecuación 3.2.

$$\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + x'b + x'Bx \quad \text{Ec. (3.5)}$$

Donde:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ M \\ x_k \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \vdots \\ M \\ \hat{\beta}_k \end{bmatrix} \quad y \quad B = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_{11}, \hat{\beta}_{12}, \dots, \hat{\beta}_{1k} / 2 \\ \hat{\beta}_{21} / 2, \hat{\beta}_{22}, \dots, \hat{\beta}_{2k} / 2 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_{k1} / 2, \hat{\beta}_{k2}, \dots, \hat{\beta}_{kk} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. (3.6)}$$

En otras palabras,  $b$  es el vector  $(k \times 1)$  de coeficientes de regresión de primer orden, y  $B$  es una matriz simétrica  $(k \times k)$  cuya diagonal principal está formada por los coeficientes de los términos cuadrados puros ( $B_{ii}$ ), mientras que los elementos fuera de esta corresponden a un medio del valor de los coeficientes cuadráticos mixtos ( $B_{ij}, i \neq j$ ). La derivada de  $Y$  con respecto a  $x$  igualada a cero es, ecuación 3.5 (Montgomery, D. C., 2008):

$$\frac{\partial \hat{Y}}{\partial x} = b + 2Bx = 0 \quad \text{Ec. (3.7)}$$

El punto estacionario es la solución de la ecuación es decir:

$$x_0 = -\frac{1}{2}B^{-1}b \quad \text{Ec. (3.8)}$$

Sustituyendo está en la ecuación matricial para el modelo de segundo orden.

$$\hat{Y}_0 = \hat{\beta}_0 + \frac{1}{2}x_0'b \quad \text{Ec. (3.9)}$$

#### 2.1.4.2 Caracterización de una superficie de respuesta.

Habiendo encontrado el punto estacionario es necesario caracterizar la superficie de respuesta, es decir determinar si se trata de un punto máximo, un punto mínimo o un punto de silla. La forma directa de hacer esto es mediante el grafico de contornos del modelo ajustado, sin embargo es útil y necesario el análisis estadístico formal.

Como una alternativa se puede expresar la forma de la superficie de respuesta usando un nuevo conjunto de variables:  $W_1, W_2, \dots, W_k$  cuyos ejes representa, los ejes principales de la superficie de respuesta, los cuales se interceptan en el punto estacionario como se observa en la figura 8. Esto da como resultado el modelo ajustado, ecuación 3.7 (Montgomery, D. C., 2008).

$$\hat{Y} = \hat{Y}_0 + \lambda_1 W_1^2 + \lambda_2 W_2^2 + \dots + \lambda_k W_k^2 \quad \text{Ec. (3.10)}$$

Donde  $W_i$  : son variables independientes transformadas y las  $\lambda_i$  son constantes. Los valores  $\lambda_i$  son los valores propios (también conocidos como raíces características o eigenvalores) y se toman de la matriz  $B$ .

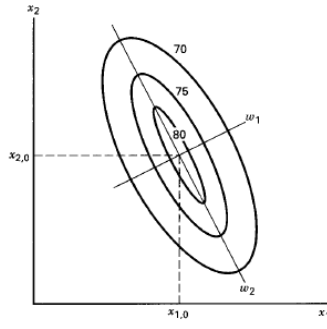


Figura 8. Superficie de respuesta canónica

La naturaleza de la superficie de respuesta puede determinarse a partir del punto estacionario y del signo y magnitud de las  $\lambda_i$ , si todas las  $\lambda_i$  son positivas entonces es un punto de respuesta mínima. Si todas las  $\lambda_i$  son negativas, entonces es un punto de respuesta máxima; y si las  $\lambda_i$  tienen signos distintos entonces es un punto de respuesta silla.

### 2.1.4.3 ELEMENTOS DE LA METODOLOGIA DE SUPERFICIE DE RESPUESTA.

La metodología de superficie de respuesta implica tres aspectos: diseño, modelo y técnicas de optimización. El diseño y el modelo se piensan al mismo tiempo, y dependen del tipo de comportamiento que se espera la respuesta. De manera específica, el modelo puede ser de primer orden o segundo orden (plano o con curvatura); por ello, el tipo de diseño utilizado y el método de optimización se clasifican, según sea el caso, como de primero o segundo orden.

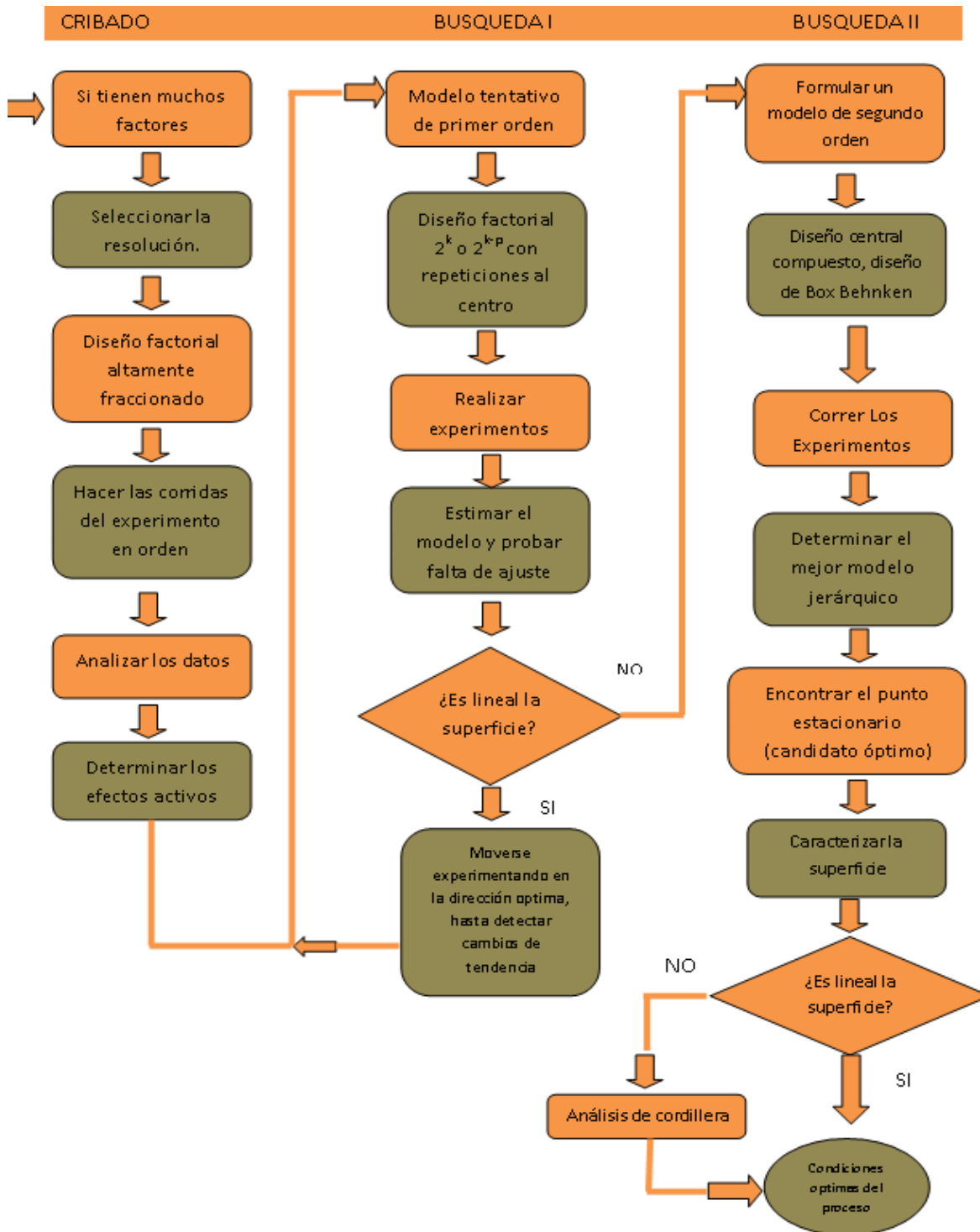
El aspecto de diseño implica que para optimizar un proceso se debe aplicar el diseño de experimentos, en particular aquellos que sirven para ajustar a *un modelo de regresión lineal múltiple, (Diseños de superficie de respuesta)*.

El aspecto del modelo utiliza el *análisis de regresión lineal múltiple*, junto con sus elementos básicos que son: parámetros del modelo, modelo ajustado, significancia del modelo, prueba de falta de ajuste, residuos, predichos, intervalos de confianza para predichos y coeficiente de determinación. Por último, el aspecto de optimización está formado por algunas técnicas matemáticas que sirven para que, dado un modelo ajustado, explorarlo a fin de obtener información sobre el punto óptimo.

Conviene recordar técnicas como: derivadas de funciones, multiplicadores de Lagrange, operaciones con Matrices, valores y vectores propios y sistema de ecuaciones simultaneas. (Gutierrez Pulido, Humberto y De La Vara Salazar, Roman. , 2008).

En la tabla 5, se representa un esquema de la metodología de superficie de respuesta, donde se distinguen tres etapas en la búsqueda del punto óptimo, que son: *cribado*, *búsqueda I o de primer orden* y *búsqueda II o de segundo orden*. A continuación se describen brevemente cada una de estas etapas.

Tabla 3 Esquema de los elementos de la MRS según (Gutierrez Pulido, Humberto y De La Vara Salazar, Roman. , 2008, pág. 390)



### 2.1.5 Metodología Taguchi.

La metodología Taguchi es un eficiente sistema que ayuda a obtener una combinación óptima de diseño de parámetros para que el producto sea funcional y ayude a obtener un alto nivel de desempeño y que sea robusto a los factores de ruido. (Ross, Phillip., 1996.).

El Diseño de Experimentos es una herramienta que también puede llegar a ser usada en las etapas de diseño de productos y procesos con el objetivo de minimizar la variación del desempeño de éstos en manos de los consumidores finales con respecto a los factores ambientales como medio para mejorar la calidad.

La idea de diseñar productos y procesos cuyo desempeño sea insensible a las condiciones ambientales (robustez del sistema) y realizar esto en las etapas de diseño a través del uso de Diseño de Experimentos ha sido la piedra angular de la metodología Taguchi.

**Las fortalezas de la metodología de Taguchi son las siguientes:**

- Enfatiza en la calidad durante la etapa del diseño del proceso.
- Reconoce la importancia relativa de los factores que influyen en el desempeño de los productos o procesos.
- Enfatiza en la reducción de la variabilidad, por medio del uso de la función de pérdida y de la razón señal-ruido (existiendo una para cada objetivo que se quiera lograr con el experimento).
- Se concentra en el concepto de diseño de parámetros que sirvan para disminuir la variabilidad en el desempeño de los productos.
- También puede ser utilizada para el mejoramiento de procesos y productos ya existentes.

La filosofía Taguchi está basada en un modelo aditivo de los efectos principales para la cual, la presencia de interacciones es algo indeseable y en caso que en el proceso se encuentre una relación de este tipo esta es tomada como parte del error experimental (FOWKLES, William y CREVELING, Clyde. , 1995). Por consiguiente, la filosofía Taguchi está basada en un modelo como el expresado en los siguientes términos:<sup>3</sup>

$$Y = \mu_{glob} + (\mu_{A_3} - \mu_{glob}) + (\mu_{B_3} - \mu_{glob}) + (\mu_{C_1} - \mu_{glob}) + (\mu_{D_1} - \mu_{glob}) \quad \text{Ec. (3.11)}$$

En la expresión anterior se puede observar la aditividad dejada de manifiesto en ésta metodología y la no presencia de interacciones bajo la cual se ampara el método de diseño experimental propuesto por Taguchi.

Otra característica clave de esta metodología son los arreglos ortogonales, los cuales no son más que arreglos factoriales fraccionados en los que se basa como medio para la realización del experimento, así como la utilización de una medida de variabilidad denominada razón señal ruido (S/N) para la realización del análisis de resultados, (W.Y. William, C.M. Creveling., 1998) y (N. Belavendram., 1995).

Sin embargo, un gran número de diferentes relaciones S / N se han definido para una variedad de problemas, con tres de los más importantes:

Entre más grande mejor:

$$S/N \text{ ratio } (\eta) = -10 \log_{10} \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i^2} \right) \quad \text{Ec. (3.12)}$$

Donde n = número de repeticiones.

Esto se aplica para los problemas donde se busca la maximización de la característica de calidad de interés. Esto se conoce como el entre más grande-es-mejor tipo de problema.

<sup>3</sup> Modelo aditivo de la ecuación (Fowkles y Creveling, 1995) en el que sustenta el método Taguchi.

Entre más pequeño mejor:

$$S/N \text{ ratio } (\eta) = -10 \log_{10} \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 \right) \quad \text{Ec. (3.13)}$$

Esto se denomina un problema menor-es-mejor tipo donde minimización de la característica que se pretende.

Nominal es mejor

$$S/N \text{ ratio } (\eta) = -10 \log_{10} \left( \frac{\mu^2}{\sigma^2} \right) \quad \text{Ec. (3.14)}$$

Donde:  $\mu$  = media

$S$  = Desviación estándar de la muestra

Esto se llama un tipo nominal-es-mejor de un problema en el que trata de minimizar el error cuadrático medio en torno a un objetivo específico valor. Ajuste de la media a la meta por cualquier método hace el problema a un problema de optimización restringida.

La parte fundamental de la metodología ideada por el matemático japonés G. Taguchi es la optimización de productos y procesos, a fin de asegurar productos robustos, de alta calidad y bajo costo (Ross, Phillip., 1996.).

La metodología de Taguchi enfatiza la importancia de evaluar el desempeño bajo condiciones de campo como parte del proceso de diseño y el hecho que la variación funcional en el desempeño está influenciada por los factores de ruido los cuales varían en el ambiente en el que los procesos o productos están funcionando.



Los científicos e ingenieros han hablado sobre el Enfoque de Taguchi, pero ha atraído muchas críticas también. Entre ellos, los más importantes son las siguientes:

- i) Enfoque de Taguchi de diseño robusto no proporciona un carácter secuencial de la investigación.
- ii) Este enfoque no toma en cuenta las situaciones de manera adecuada en interacciones significativas que están presentes.
- iii) La lógica de considerar la relación S/N es de uso universal poco convincente y engañoso a veces.

Parte de esto, (Ramberg, John S., Pignatiello, Joseph J., Jr. and Sanchez, Susan M., 1992), presentan un ejemplo donde los métodos de Taguchi se utilizan en un proceso de calor (respuesta única) tratamiento. También presentan algunas críticas de métodos Taguchi incluyendo el uso de la relación S / N como una estadística de rendimiento para acceder a diferentes diseños de proceso. Hunter critica la elección del diseño experimental (es decir, los planes de recolección de datos) recomendado por Taguchi.

En el método de diseño de Taguchi, los parámetros de diseño (factores que pueden ser controlados por los diseñadores) y factores de ruido (factores que no pueden ser controlados por los diseñadores, tales como los factores ambientales) se consideran como influyente sobre la calidad del producto. Por lo tanto, el método de diseño de Taguchi selecciona los niveles de los parámetros de diseño y reduce los efectos del ruido factores.

Es decir, ajuste de parámetros debe ser determinada con la intención de que la respuesta del producto (característica de calidad) tiene variación mínima, mientras que su media se aproxima a la meta deseada. Sin embargo, hasta ahora el método de Taguchi sólo se puede utilizar para un problema de respuesta único, no puede utilizarse para optimizar un problema de multi-respuesta. Desafortunadamente, hoy en día se requiere más de una calidad de la respuesta resultante de la mayoría de los productos industriales.



### 2.1.5.1 Diseños para ajustar modelos de primer orden.

Una clase única de diseños que minimizan la varianza de los coeficientes de regresión ( $\beta_i$ ) son los diseños ortogonales de primer orden. Por ortogonal se entiende que los elementos fuera de la diagonal de la matriz  $(x', x)$  son iguales a cero, lo cual implica que los productos cruzados de las columnas de la matriz  $x$  es igual a cero.

Esta clase de diseños ortogonales de primer orden se incluye:

- 1) Diseños factoriales  $2^k$
- 2) Fracciones de la serie  $2^k$
- 3) Diseños simplex.
- 4) Diseños Placket-Burman.

### 2.1.5.2 Diseños factoriales $2^k$

En este diseño los  $k$  factores se codifican a los niveles estandarizados  $\pm 1$ . El diseño no permite la estimación del error experimental a menos que se repitan los experimentos para lograr esto se aumenta el diseño de observaciones en el centro. La adición de los puntos centrales no tienen influencia sobre los  $(\beta_i)$ , para  $i \geq 1$ , pero las estimaciones  $\beta_0$  es el promedio general de todas las observaciones.

### 2.1.5.3 Fracciones de la serie $2^k$

En programas experimentales se tienen dos razones para no llevar a cabo la  $2^k$  combinaciones de un arreglo factorial completo:

1. A medida que el numero de  $k$  de factores incrementa crece rápidamente el numero de combinaciones de niveles, haciéndose muy grande.

2. Sólo los primeros  $k+1$  términos del modelo definen la ecuación de un hiperplano. Los restantes  $2k - (k+1)$  términos, consistentes en productos cruzados son una medida de la distorsión del hiperplano.

Como el nombre de este diseño lo indica es una fracción de un diseño  $2^k$ . La fracción  $\frac{1}{2}$  se denota como  $2^{k-1}$  y contiene la mitad de las combinaciones de un  $2^k$  mientras la fracción  $\frac{1}{4}$  se denota como  $2^{k-2}$  y contiene la cuarta parte de las combinaciones de un  $2^k$ . Las fracciones deben tener suficientes puntos para estimar los  $k+1$  coeficientes.

Cabe señalar que un diseño  $2^{k-1}$  no podemos mediar la posible falta de ajuste del modelo, a menos que se cuente con una estimación de la varianza del error haciendo replicas del punto central; además, si el termino  $x_i, x_j, x_l$  realmente existe sesga la estimación del efecto principal asociado con  $x_k$ . (Montgomery, D. C. , 2008).

#### **2.1.5.4 Diseños simplex.**

En este diseño los puntos se localizan en los vértices de una figura rectangular, esta tiene  $k+1$  vértices y está en  $k$  dimensiones, para  $k=2$ , la figura geométrica es triangulo equilátero y para  $k=3$  es un tetraedro.

Como el número de puntos es igual al número de coeficientes del modelo se recomienda adicionar replicas en el punto central para que sea posible obtener la varianza del error y/o llevar a cabo la prueba de falta de ajuste. (Gutierrez Pulido, Humberto y De La Vara Salazar, Roman. , 2008)

#### **2.1.5.5 Diseños Placket-Burman.**

Estos diseños son fracciones de arreglos factoriales  $2^k$ . Con este diseño los coeficientes se estiman con máxima precisión. (Gutierrez Pulido, Humberto y De La Vara Salazar, Roman. , 2008).

#### **2.1.6 Diseños para ajustar modelos de segundo orden.**

Un diseño experimental para ajustar un modelo de segundo orden debe tener al menos tres niveles de cada factor (-1, 0 +1). Así como en el diseño de primer orden se desea la ortogonalidad, en este se desea un diseño rotatable. Se dice que un diseño es rotatable cuando la

varianza de la respuesta predicha en algún punto es función solo de la distancia del punto del centro y no es una función de la dirección. La rotabilidad es una propiedad importante, dado que la finalidad de la metodología de superficies de respuesta es optimizar y desconocemos la localización del óptimo, tiene sentido un diseño que proporcione estimaciones precisas en todas direcciones.

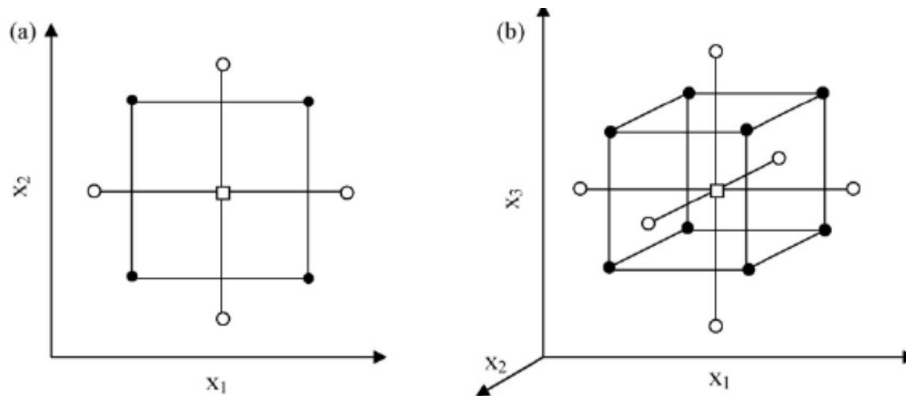
Dentro de los diseños rotables de segundo orden se incluyen:

1. Diseño central compuesto
2. Diseño equirradial.
3. Diseños Box-Benhken.

### 2.1.6.1 Diseño central compuesto.

El diseño central compuesto presentado por (G.E.P. Box, K.B. Wilson, J. R. Stat., 1951). Este diseño consta de las siguientes partes: (1) de un diseño factorial completo o diseño factorial fraccionado, (2) un diseño adicional, a menudo unos puntos estrella en el diseño en el que los puntos experimentales se encuentran en una distancia de su centro; y (3) un punto central. La figura 9 (a y b), ilustra el diseño central compuesto para la optimización de dos y tres variables. Los diseños centrales compuestos presentan las siguientes características:

- (1) requieren un número de experimento de acuerdo con  $N = k^2 + 2k + cp$ , donde  $k$  es el número de factores y  $(cp)$  es el número de repetición del punto central.
- (2) Los valores de  $\alpha$  depende de los números de las variables y pueden ser calculadas por:  
 $\alpha = 2^{(k-p)/4}$ , para dos, tres o cuatro variables respectivamente.
- (3) Todos los factores son estudiados en cinco niveles  $(-\alpha, -1, -0, +1, +\alpha)$



**Figura 9.** Diseños centrales compuestos para optimización de: (a) dos variables ( $\alpha=1.41$ ) y (b) tres variables ( $\alpha=1.68$ ), puntos del diseño factorial ( $\bullet$ ), puntos axiales (o), puntos centrales ( $\square$ ).

Este diseño consiste en un factorial o factorial fraccionado  $2^k$ , donde los factores son codificados de tal manera que el centro sea  $(0,0,\dots,0)$ , aumentando por  $2^k$  puntos axiales  $(\pm \alpha, 0, 0, \dots, 0)$ ,  $(0, \pm \alpha, 0, 0, \dots)$ ,  $(0, 0, \pm \alpha, \dots, 0)$ ,  $(0, 0, 0, \dots, \pm \alpha)$  y  $n$  puntos centrales  $(0, 0, 0, \dots, 0)$  de acuerdo a (Montgomery, D. C. , 2008) este diseño es probablemente el más usado.

Diseño compuesto central (DCC) Es un método adecuado para el montaje de una superficie cuadrática y ayuda a optimizar los parámetros efectivos con un número mínimo de experimentos, así como para analizar la interacción entre los parámetros.

La figura 9 (a y b), muestra representaciones de compuesto central diseños para la optimización de dos y de tres variables, respectivamente

Este diseño se convierte en rotable mediante la elección de  $\alpha$ , este se calcula de la siguiente manera (Montgomery, D. C. , 2008):

$$\alpha = (n_f)^{1/4} \quad \text{Ec. (i)}$$

Donde  $f$  es el número de puntos en la porción factorial del diseño.

### 2.1.6.2 Diseño equirradial.

Este diseño consiste en puntos igualmente espaciados sobre una circunferencia o esfera, para  $k=2$ , el diseño se obtiene combinando  $n_2 \geq 5$  puntos igualmente espaciados sobre una circunferencia con  $n_1 \geq 1$  puntos en su centro. Según (Montgomery, D. C. , 2008), este diseño es ocasionalmente útil en problemas con dos o tres variables.

### 2.1.6.3 Diseños Box-Benhken.

Estos diseños se forman combinando factoriales  $2^k$  con diseños de bloques incompletos. Los diseños resultantes suelen ser más eficientes en términos del número de corridas requerido. Además, son notables (o casi notables) y hace estimación de los coeficientes de primer y segundo orden más eficiente. (Gutierrez Pulido, Humberto y De La Vara Salazar, Roman. , 2008).

### 2.1.6.4 ANALISIS DE VARIANZA.

El análisis de la varianza (Anova: **A**nalysis **o**f **v**ariance) es un método para comparar dos o más medias, que es necesario porque cuando se quiere comparar más de dos medias es incorrecto utilizar repetidamente el contraste basado en la *t de Student*. Por dos motivos:

En primer lugar, y como se realizarían simultánea e independientemente varios contrastes de hipótesis, la probabilidad de encontrar alguno significativo por azar aumentaría. En cada contraste se rechaza la  $H_0$  si la  $t$  supera el nivel crítico, para lo que, en la hipótesis nula, hay una probabilidad  $\alpha$ . Si se realizan  $m$  contrastes independientes, la probabilidad de que, en la hipótesis nula, ningún estadístico supere el valor crítico es  $(1 - \alpha)^m$ , por lo tanto, la probabilidad de que alguno lo supere es  $1 - (1 - \alpha)^m$ , que para valores de  $\alpha$  próximos a 0 es aproximadamente igual a  $\alpha m$ . Una primera solución, denominada *método de Bonferroni*, consiste en bajar el valor de  $\alpha$ , usando en su lugar  $\alpha/m$ , aunque resulta un método muy conservador.

Por otro lado, en cada comparación la hipótesis nula es que las dos muestras provienen de la misma población, por lo tanto, cuando se hayan realizado todas las comparaciones, la hipótesis nula es que todas las muestras provienen de la misma población y, sin embargo, para cada comparación, la estimación de la varianza necesaria para el contraste es distinta, pues se ha hecho en base a muestras distintas.

El método que resuelve ambos problemas es el *anova*, aunque es algo más que esto: es un método que permite comparar varias medias en diversas situaciones; muy ligado, por tanto, al diseño de experimentos y, de alguna manera, es la base del análisis multivariante. (V. Abaira, A. Pérez de Vargas, 1996)

**Tabla 4. ANALISIS DE VARIANZA PARA 2<sup>k</sup>**

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad
<i>k</i> efectos principales		
<i>A</i>	$SS_A$	1
<i>B</i>	$SS_B$	1
⋮	⋮	⋮
<i>K</i>	$SS_K$	1
$\binom{k}{2}$ interacciones dobles		
<i>AB</i>	$SS_{AB}$	1
<i>AC</i>	$SS_{AC}$	1
⋮	⋮	⋮
<i>JK</i>	$SS_{JK}$	1
$\binom{k}{3}$ interacciones triples		
<i>ABC</i>	$SS_{ABC}$	1
<i>ABD</i>	$SS_{ABD}$	1
⋮	⋮	⋮
<i>IJK</i>	$SS_{IJK}$	1
⋮	⋮	⋮
$\binom{k}{k} = 1$ interacción de <i>k</i> factores		
<i>ABC ... K</i>	$SS_{ABC...K}$	1
Error	$SS_E$	$2^k(n - 1)$
Totales	$SS_T$	$n2^k - 1$



Cada uno de los efectos para el ANOVA (tabla 2), se obtiene a partir de los contrastes<sup>4</sup>, los que se obtienen a su vez de la tabla de signos del diseño. La tabla de signos consiste en determinar la columna de signos que llevan los totales en la notación de Yates para formar el contraste de cada efecto. Las columnas de signos para los contrastes que definen a los efectos principales están dadas por la matriz de diseño, mientras que los efectos de interacción se obtienen de la multiplicación de las columnas que señala dicho efecto de interacción. Para calcular la columna de efectos que define el contraste del efecto ABC en un diseño factorial 2<sup>3</sup> se multiplican las columnas de signos AxBxC. en la tabla 3, Se muestran los contrastes para los efectos principales y los efectos de interacciones dobles para un diseño con k≤5 factores. (Montgomery, D. C. , 2008).

El contraste de cada efecto se determina multiplicando la columna de signos por la columna de totales (expresado por la notación de Yates). Con los contrastes se calcula el efecto y la suma de cuadrados (con un grado de libertad) mediante:

$$\text{Efecto } ABC \dots K = \frac{1}{n2^{k-1}} [\text{contraste } ABC \dots K] \quad \text{EC.(3.0)}$$

$$SS_{ABC\dots K} = \frac{1}{n2^k} [\text{contraste } ABC \dots K]^2 \quad \text{EC.(3.1)}$$

Donde  $n$  es el número de replicas del experimento. La suma de cuadrados totales está dada por la ecuación 3.0

La suma de cuadrados totales tiene  $n2^k$  grados de libertad. La suma de cuadrados del error se obtiene por diferencia, y tiene  $2^k(n-1)$  grados de libertad. (Montgomery, D. C. , 2008).

$$SS_T = \sum_{i=1}^{2^k} Y_i^2 - \left( \frac{1}{n2^k} \sum_{i=1}^{2^k} Y_i^2 \right) \quad \text{EC.(3.2)}$$

<sup>4</sup> El contraste es una combinación lineal de la forma  $C = \sum_{i=1}^{2^k} c_i Y_i$ , con  $\sum_{i=1}^{2^k} c_i = 0$

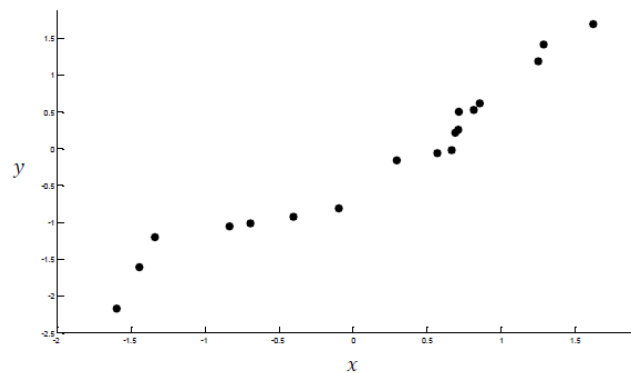
Tabla 5. Diseño<sup>2k</sup> y efectos de interacción dobles para k≤5

Tratamiento	Notación de Yates	A	B	C	D	E	AB	AC	AD	AE	BC	BD	BE	CD	CE	DE
1	(1)	-	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
2	a	+	-	-	-	-	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+
3	b	-	+	-	-	-	-	+	+	+	-	-	-	+	+	+
4	ab	+	+	-	-	-	+	-	-	-	-	-	-	+	+	+
5	c	-	-	+	-	-	+	-	+	+	-	+	+	-	-	+
6	ac	+	-	+	-	-	-	+	-	-	-	+	+	-	-	+
7	bc	-	+	+	-	-	-	-	+	+	+	-	-	-	-	+
8	abc	+	+	+	-	-	+	+	-	-	+	-	-	-	-	+
9	d	-	-	-	+	-	+	+	-	+	+	-	+	-	+	-
10	ad	+	-	-	+	-	-	-	+	-	+	-	+	-	+	-
11	bd	-	+	-	+	-	-	+	-	+	-	+	-	-	+	-
12	abd	+	+	-	+	-	+	-	+	-	-	+	-	-	+	-
13	cd	-	-	+	+	-	+	-	-	+	-	-	+	+	-	-
14	acd	+	-	+	+	-	-	+	+	-	-	-	+	+	-	-
15	bcd	-	+	+	+	-	-	-	-	+	+	+	-	+	-	-
16	abcd	+	+	+	+	-	+	+	+	-	+	+	-	+	-	-
17	e	-	-	-	-	+	+	+	+	-	+	+	-	+	-	-
18	ae	+	-	-	-	+	-	-	-	+	+	+	-	+	-	-
19	be	-	+	-	-	+	-	+	+	-	-	-	+	+	-	-
20	abe	+	+	-	-	+	+	-	-	+	-	-	+	+	-	-
21	ce	-	-	+	-	+	+	-	+	-	-	+	-	-	+	-
22	ace	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	-	+	-
23	bce	-	+	+	-	+	-	-	+	-	+	-	+	-	+	-
24	abce	+	+	+	-	+	+	+	-	+	+	-	+	-	+	-
25	de	-	-	-	+	+	+	+	-	-	+	-	-	-	-	+
26	ade	+	-	-	+	+	-	-	+	+	+	-	-	-	-	+
27	bde	-	+	-	+	+	-	+	-	-	-	+	+	-	-	+
28	abde	+	+	-	+	+	+	-	+	+	-	+	+	-	-	+
29	cde	-	-	+	+	+	+	-	-	-	-	-	-	+	+	+
30	acde	+	-	+	+	+	-	+	+	+	-	-	-	+	+	+
31	bode	-	+	+	+	+	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+
32	abode	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

### 2.1.6.5 ANALISIS DE REGRESIÓN.

El análisis de regresión tiene por objeto modelar en forma matemática el comportamiento de una variable de respuesta en función de una o más variables independientes o factores.

De manera general, supongamos que hay una variable dependiente o de respuesta ( $y$ ) que depende de  $k$  variables independientes o regresoras  $x_1, x_2, \dots, x_k$ . La relación entre estas variables puede describirse por un modelo matemático llamado modelo de regresión. El modelo de regresión es apto para un conjunto de datos de una muestra. En algunos casos, el experimentador conoce la forma exacta de la verdadera relación funcional entre  $y$  y  $x_1, x_2, \dots, x_k$ , por ejemplo  $y = \phi(x_1, x_2, \dots, x_k)$ . Sin embargo, en la mayoría de los casos, la relación funcional verdadera es desconocida, y el experimentador elige una función adecuada para aproximar  $\phi$ . Los modelos de bajo orden polinomial se utilizan ampliamente como la aproximación de funciones. En muchas ocasiones el modelo de regresión representa los resultados de un experimento.



**Gráfico 2.** Diagrama de dispersión

Dado un conjunto de datos  $x, y$ , mostrados en el diagrama de dispersión (Gráfico 4), donde cada uno de los puntos representa un par  $(x_i, y_i)$ . Una inspección del diagrama, muestra que ninguna curva simple pasa exactamente por todos los puntos, pero existe un fuerte indicio de que los puntos se colocan aleatoriamente alrededor de una línea recta.

Por eso es posible asumir que la media de la variable  $Y$ , se relaciona con la variable  $x$  mediante la siguiente expresión:

$$E(Y|x) = \mu_{Y|x} = \beta_0 + \beta_1 x \quad \text{Ec. (4.2)}$$

Donde la pendiente y la ordenada al origen se llaman coeficientes de regresión. Mientras que  $Y$  es una función lineal de  $x$ , el valor verdadero de  $Y$  no está exactamente sobre una línea recta. La forma apropiada de generalizar a un modelo lineal probabilístico es asumir que es una función lineal de  $x$ , pero para conocer el valor verdadero de  $Y$  dado un valor de  $x$ , se calcula con el valor promedio de la función modelo de regresión más un error aleatorio y se dice que:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x + \epsilon \quad \text{Ec. (4.3)}$$

Donde  $\epsilon$  representa el término del error aleatorio. A la expresión anterior se le conoce como modelo de regresión simple, debido a que solo incluye una variable regresora. Algunas veces el modelo anterior se deriva de una relación teórica entre las variables. En otras ocasiones no existe conocimiento previo de la relación entre las variables, y la elección del modelo se apoya en la inspección del diagrama de dispersión, en este caso, se dice que el modelo es empírico.

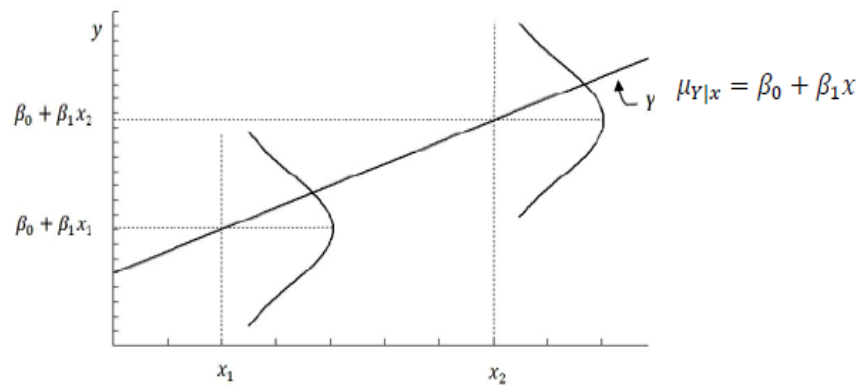
Para profundizar más en el modelo de regresión, suponiendo que el valor de  $x$  queda fijo, entonces se puede observar la variación de  $Y$ . Entonces el componente aleatorio  $\epsilon$  del lado derecho determina las propiedades de  $Y$ , suponiendo que la media y varianza de  $\epsilon$  son 0 y  $\sigma^2$ , entonces:

$$E(Y) = E(\beta_0 + \beta_1 x + \epsilon) = E(\beta_0 + \beta_1 x) + E(\epsilon) = \beta_0 + \beta_1 x \quad \text{Ec. (4.4)}$$

Y la varianza de  $Y$  es:

$$V(Y) = V(\beta_0 + \beta_1 x + \epsilon) = V(\beta_0 + \beta_1 x) + V(\epsilon) = 0 + \sigma^2 = \sigma^2 \quad \text{Ec. (4.5)}$$

Por esta razón, se dice que el modelo verdadero de regresión  $\mu_{Y|x} = \beta_0 + \beta_1 x$  es una línea de valores promedio, el valor de la ordenada para un valor cualquiera de  $x$  es el valor esperado de  $Y$ . El valor de la pendiente  $\beta_1$ , representa el cambio en la media por cada unidad de  $x$ . Además, la variación de  $Y$  está determinada por la varianza del error  $\sigma^2$ . Esto implica que hay una distribución de valores de  $Y$  en cada valor de  $x$ , y la varianza es la misma en cada valor de  $x$  (Gráfico 5)



**Gráfico 3. Distribución de Y dado un valor x**

En la práctica, la mayoría de los problemas involucran más de una variable independiente, y los modelos que relacionan a la variable dependiente con las variables regresoras son modelos de regresión lineal múltiple. Suponiendo un proceso donde la variable de respuesta  $y$  depende de dos variables  $x_1$  y  $x_2$ . Un modelo de regresión lineal múltiple que pudiese describir la relación entre las variables sería:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \epsilon \quad \text{Ec. (4.6)}$$

La expresión anterior representa un modelo de regresión lineal múltiple con dos variables regresoras, la superficie descrita corresponde a un plano. El Gráfico 6, a) muestra la superficie generada por el modelo de regresión:

$$E(Y) = 40 + 35x_1 + 15x_2 \quad \text{Ec. (4.7)}$$

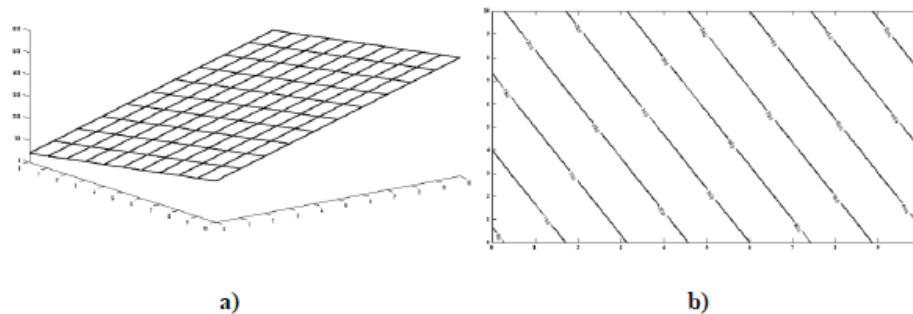
Donde se asume que el valor esperado del término del error es cero  $E(\epsilon)=0$ , la intercepción del plano es  $\beta_0$ . En ocasiones  $\beta_1$  y  $\beta_2$  son llamados coeficientes de regresión parciales, debido a que  $\beta_1$  indica el cambio de la variable  $Y$  respecto al incremento unitario de  $X_1$  manteniendo  $X_2$ , constante y  $\beta_2$  indica el cambio de la variable  $Y$  respecto al incremento unitario de  $X_2$  manteniendo  $X_1$  constante. El grafico de contorno del modelo de regresión (Gráfico 6, (b)), muestra líneas de valores constantes de  $E(Y)$  en función de las variables  $X_1$  y  $X_2$ .

Generalizando, una variable dependiente o de respuesta  $Y$ , puede relacionarse a  $k$  variables independientes o regresoras mediante:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 \dots \beta_k x_k + \epsilon \quad \text{Ec. (4.8)}$$

Denominado modelo de regresión lineal múltiple con  $k$  variables regresoras, donde  $\beta_j, j=0, 1, 2, \dots, k$ , son los coeficientes de regresión. Este modelo representa un hiper plano en el espacio  $k$ -dimensional de las variables regresoras  $\{X_j\}$ . El parámetro  $\beta_j$  representa el cambio en  $Y$  por unidad de  $x_j$ , mientras todas las demás variables regresoras ( $X_i, i \neq j$ ) se mantienen constantes.

**Gráfico 4.** a) Plano de regresión del modelo b) gráfico de contorno



Cuando se desconoce la función verdadera que relaciona  $Y$  con  $X_1, X_2, \dots, X_k$ , los modelos de regresión lineal múltiple son una buena aproximación, pero solo en ciertos intervalos de las variables independientes la aproximación es adecuada. Los modelos polinomiales en una variable, o con interacciones, pueden analizarse con técnicas de regresión lineal múltiple. Para un modelo de regresión cubico con una variable:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \beta_3 x^3 + \epsilon \quad \text{Ec. (4.9)}$$

Haciendo  $X_1=X$ ;  $X_2=X^2$ ;  $X_3=X^3$  y el modelo de regresión lineal múltiple queda:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \epsilon \quad \text{Ec. (4.10)}$$

Que es un modelo de regresión lineal múltiple con tres variables regresoras. Para un modelo de regresión con algún efecto de interacción entre dos variables como:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \epsilon \quad \text{Ec. (4.11)}$$

Haciendo  $X_3 = X_1 X_2$  y  $\beta_3 = \beta_{12}$  la (ecuación 4.11) puede expresarse como un modelo de regresión lineal múltiple con tres variables regresoras:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 \quad \text{Ec. (4.12)}$$

Considerando el modelo de regresión:

$$Y = 2 + 4x + 1.5x^2 + 3x^3 \quad \text{Ec. (4.13)}$$

Que es una curva en dos dimensiones (Gráfico 7), y al hacer la siguiente sustitución:  $X=X_1$ ;  $X_2=X^2$  y  $X_3=X^3$  el modelo de regresión lineal múltiple queda:

$$Y = 2 + 4x_1 + 1.5x_2 + 3x_3 \quad \text{Ec. (4.14)}$$

El cual representa un hiper plano en tres dimensiones. Nótese que a pesar de que la (ecuación 4.14) representa un modelo de regresión lineal, el grafico generado corresponde a una función no lineal en dos dimensiones (Gráfico 7). En general, un modelo que contiene coeficientes lineales ( $\beta_j$ ) es un modelo de regresión lineal (Gráfico 8), independientemente de la forma del grafico que genera.

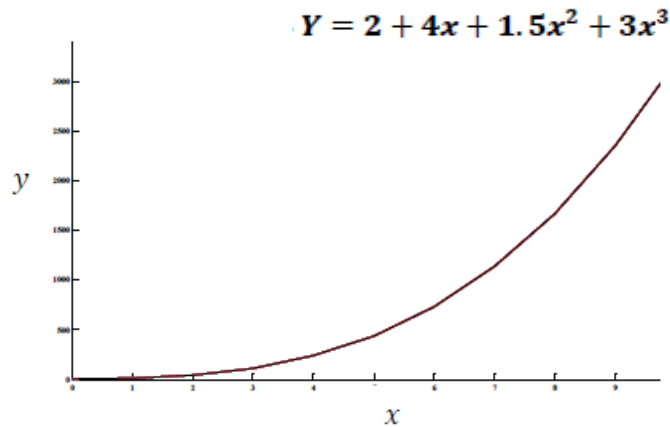
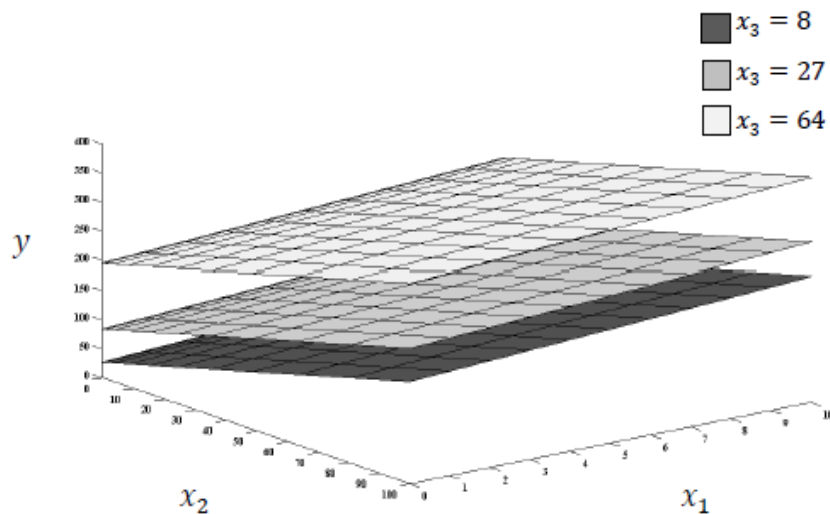


Gráfico 5

Gráfico 6. Híper planos generados por:  $Y = 2 + 4x_1 + 1.5x_2 + 3x_3$





### 2.1.6.6 Estimación de los parámetros del modelo de regresión.

Para ajustar el modelo de regresión lineal, es decir, estimar los valores de los parámetros o coeficientes de regresión, resulta muy conveniente utilizar la notación matricial. Suponiendo un modelo con  $k$  variables regresoras y  $n$  observaciones, el modelo que relaciona la variable independiente con las variables regresoras es:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \dots + \beta_k x_{ik} + \epsilon; \quad i = 1, 2, 3 \dots n \quad \text{Ec. (4.15)}$$

Que puede escribirse en notación matricial

$$y = \beta X + \epsilon \quad \text{Ec. (4.16)}$$

Donde:

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nk} \end{bmatrix} \quad \epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_k \end{bmatrix} \quad \text{Ec. (4.17)}$$

El objetivo es encontrar el vector de coeficientes  $\hat{\beta}$  que minimizan:

$$L = \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 = \epsilon' \epsilon = y - (\beta X)' y - \beta X \quad \text{Ec. (4.18)}$$

El estimador de mínimos cuadrados  $\hat{\beta}$  está dado por:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X' y \quad \text{Ec. (4.19)}$$

El modelo ajustado es  $y = X\hat{\beta}$ , la diferencia entre la observación  $Y$ , y el valor ajustado  $\hat{y}$  es un residual, decimos que  $e_i = y_i - \hat{y}_i$ , ( $i=1, 2, 3...n$ ), o en forma matricial:

$$e = y - \hat{y} \quad \text{Ec. (4.20)}$$

Por lo general, un modelo de segundo orden se utiliza en respuesta metodología de superficie

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^k \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad \text{Ec. (3.3)}$$

Donde  $\varepsilon$  es un error aleatorio. Los coeficientes beta, que deben ser determinados en el modelo de segundo orden, se obtienen por el método de mínimos cuadrados. En términos en el modelo se encontrara por análisis de varianza (ANOVA) para cada respuesta. La significancia será juzgado por determinar el nivel de probabilidad de que el F-estadístico calculado a partir de los datos es menor que 5%.

### 2.1.7 Transformaciones para estabilizar la varianza.

En la práctica, algunas variables de respuesta no siguen una distribución normal, sino que se distribuyen por ejemplo, *Poisson*, *Binomial* o *Gamma*, por mencionar tres casos. Resulta que en estas distribuciones la media está relacionada con la desviación estándar (variabilidad) y, naturalmente, al cambiar la media de un tratamiento a otro, con ella cambia la variabilidad de la respuesta. También es cierto que al suponer normalidad y varianza constante, estas no se tienen que cumplir de manera estricta, dado que el procedimiento de ANOVA es robusto o admite desviaciones moderadas de los supuestos. (Gutierrez Pulido, Humberto y De La Vara Salazar, Roman. , 2008).

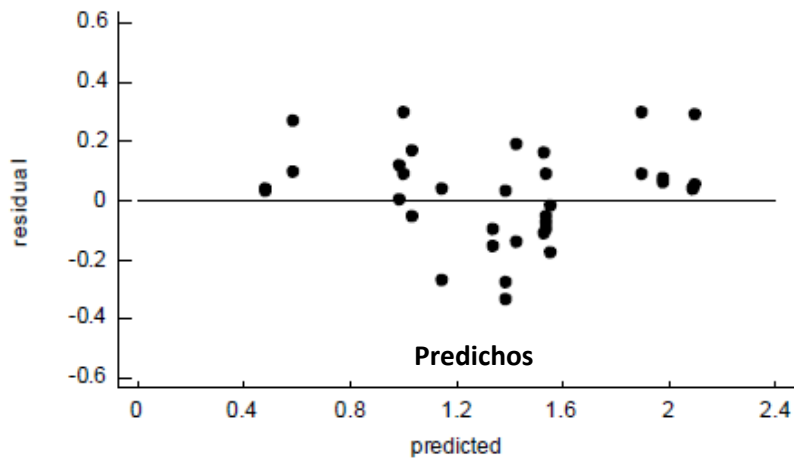
Existen al menos tres maneras de solucionar o minimizar el problema por falta de normalidad y de varianza heterogénea en los residuos:

- 1) Utilizar métodos de análisis paramétricos, que no requieren las suposiciones de normalidad y varianza constante ver: (Conover, W. J , 1980).
- 2) Hacer el análisis mediante modelos lineales generalizados (GLM), en los que se ajusta un modelo lineal usando otras distribuciones diferentes a la normal, donde la varianza no tiene por qué ser constante. (Myers, R.H., D.C. Montgomery, and G.G. NY, USA, 342 pp, Vining. 2002)
- 3) Hacer al análisis sobre la respuesta transformada a una escala en la que los supuestos se cumplan.

La transformación más apropiada de la respuesta para corregir o minimizar los problemas de falta de normalidad y de varianza constante, depende del tipo de relación que existe entre la media y la varianza de  $Y$ . Esta relación se puede visualizar si graficamos los residuos vs predichos. Según lo pronunciado que sea la “forma de corneta” de los puntos en dicha gráfica, se determina la transformación más apropiada.

Con un paquete estadístico se puede probar varias transformaciones para elegir aquella en la cual los supuestos se cumplan de mejor manera. Las transformaciones más usuales se muestran en la tabla 8.

En la tabla 8, el símbolo  $\alpha$  significa “es proporcional a”. A medida que se da la relación de proporcionalidad con respecto a mayor potencia de la media o valor esperado, se requiere una transformación más fuerte para lograr igualdad de varianzas en el análisis de la respuesta transformada. El grado de proporcionalidad se puede ver en la grafica 9. Residuos vs predichos.



**Gráfico 7. Residuales vs Predichos**

**Tabla 6. Transformaciones más usuales.**

$(E(Y))$		
$\sigma^2 \propto E(Y)(1 - E(Y))$	$y' = \text{sen}^{-1}(\sqrt{Y})$	<i>Arcoseno, útil cuando la respuesta y son proporciones (se distribuye binomialmente)</i>
$\sigma^2 \propto E(Y)$	$Y'Y' = \sqrt{Y}$	<i>Raíz cuadrada para los datos tipo poisson</i>
$\sigma^2 \propto [E(Y)]^2$	$Y' = \text{Ln}(Y) \text{ ó } Y' = \text{Log}_{10}(Y)$	<i>Transformación logaritmo</i>
$\sigma^2 \propto [E(Y)]^3$	$Y'Y' = Y^{-1/2}$	<i>Reciproco de la raíz cuadrada</i>
$\sigma^2 \propto [E(Y)]^4$	$Y'Y' = Y^{-1}$	<i>Reciproco</i>



## 2.2 OPTIMIZACION SIMULTÁNEA DE VARIAS RESPUESTAS.

En muchos experimentos es importante evaluar más de una variable de salida para cada unidad experimental. Este tipo de experimentos se aplica en el desarrollo de procesos y productos industriales, donde el desempeño está relacionado con múltiples variables de salida. Es común que algunas de estas variables de salida estén en conflicto (una crece mientras la otra decrece) es decir, son antagónicas, y el analista debe decidir cuales respuestas son más importantes. Para evaluar las respuestas, el analista puede, determinar el conjunto de condiciones operativas para la elaboración del producto con la mejor respuesta global. Este conjunto de condiciones de operación se llama condición óptima para el proceso. Puede encontrarse una amplia gama de técnicas para la optimización respuesta múltiple (ORM). Sobresalen la superposición de gráficos de contorno y las funciones de conveniencia, debido a su facilidad de uso y la capacidad para localizar una solución óptima.

La optimización de respuesta múltiple implica determinar un punto en la región experimental, en el cual las variables de respuestas presentan algunas características deseadas, particularmente próximas a un valor específico y con varianza pequeña.

En esto consiste la optimización de respuesta múltiple, donde todas las respuestas se consideran simultáneamente y es improbable que alcancen el óptimo en el mismo punto.

Los procedimientos de optimización de respuesta múltiple, generalmente se desarrollan en cuatro pasos:

- I. Desarrollo de modelos de regresión individuales para cada respuesta, en función de los factores de control, o variables independientes.
- II. Calcular medidas de desempeño predichas, como distancia al objetivo y varianza, utilizando los estimadores para cada respuesta.
- III. Combinar las medidas de desempeño predichas de todas las respuestas, utilizando alguna función de utilidad o procedimiento auxiliar.
- IV. Optimizar la función para identificar el mejor conjunto solución.

De los pasos anteriores, resulta evidente que un modelado apropiado de las variables de respuesta es crucial para que la técnica de optimización se obtenga resultados confiables. Un modelo apropiado de las variables de respuesta en función de los factores de control, conduce a predicciones con varianza pequeña. Si la predicción es precisa, entonces los valores observados de las respuestas estarán cerca de los valores predichos cuando los niveles óptimos se estudien en una prueba de confirmación.

Debido a que es improbable que el óptimo global coincida con el óptimo de alguna respuesta individual, la solución del problema de respuesta múltiple suele ser satisfactoria para cada respuesta individual; puede esperarse que exista un punto de operación del proceso en el que todas las variables de respuesta cumplen con los requerimientos de la mejor manera posible.

Considerar simultáneamente varias respuestas, implica la construcción de modelos de regresión adecuados (errores independientes, distribuidos normalmente con media cero y varianza constante,  $R^2_{AJ} \geq 70 \%$ ). La optimización por métodos gráficos o analíticos requiere de especificaciones unilaterales o bilaterales.

### **2.2.1 Superposición de gráficos de contorno.**

La superposición de gráficos de contorno (SGC) es una herramienta útil, para encontrar la región de interés. Los gráficos de contorno se obtienen de modelos de regresión desarrollados para describir la variación de las respuestas. La región de interés es aquella en donde todas las variables de respuesta son satisfechas simultáneamente. Sin embargo, existen dos limitaciones en la aplicación de la superposición de gráficos de contorno. Primero: este método no permite reconocer la solución más dominante en el espacio experimental, y segundo: su uso puede dificultar el análisis en problemas con tres o más factores de control espacio multidimensional.

Este método consiste en construir gráficos de contorno (Gráfico 10-b), para cada una de las variables de respuesta en función de las variables independientes (factores).

Como se menciona en el marco teórico, este método está limitado por el número de factores, (dimensión del problema). Cuando se trata de dos factores de control, resulta fácil superponer

los gráficos de contorno de cada variable de respuesta, e identificar la región donde las variables de respuesta toman valores factibles. Tomando el ejemplo de (Montgomery, D. C., 2008), para un proceso químico con dos factores, tiempo ( $x_1$ ) y temperatura ( $x_2$ ) y tres variables de respuesta, rendimiento ( $y_1$ ), viscosidad ( $y_2$ ) y peso molecular ( $y_3$ ).

Los valores deseados para las variables de respuesta son:  $y_1 \geq 78.5$ ,  $62 \leq y_2 \leq 68$ ,  $y_3 \leq 3400$ . Los modelos de regresión ajustados se muestran a continuación:

$$\hat{y}_1 = 79.94 + 0.99x_1 + 0.52x_2 - 1.38x_1^2 - x_2^2 + 0.25x_1x_2$$

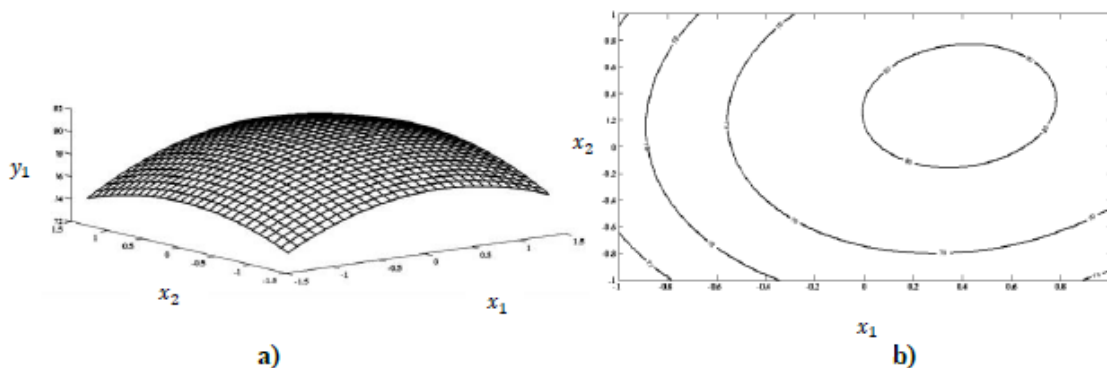
$$\hat{y}_2 = 70 - 0.16x_1 - 0.95x_2 - 0.69x_1^2 - 6.69x_2^2 - 1.25x_1x_2$$

*Ec. (5.0)*

$$\hat{y}_3 = 3386.2 + 205.1x_1 + 17.4x_2$$

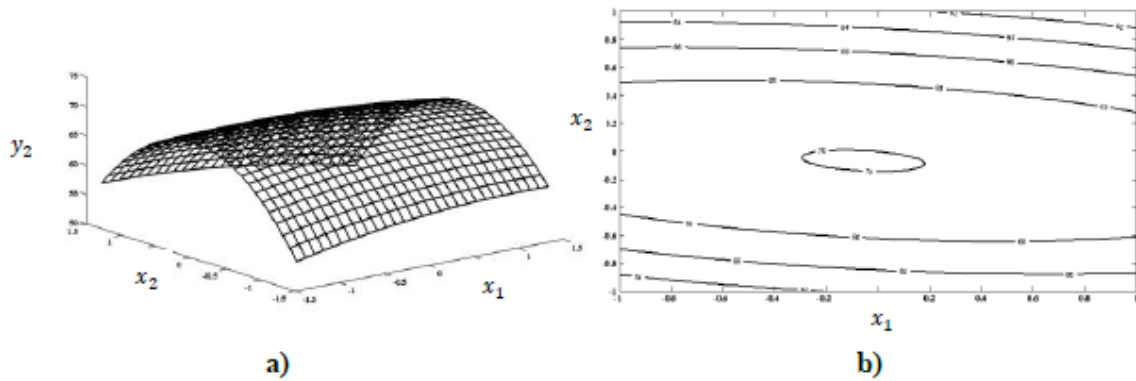
Las superficies y gráficos de contorno se muestran en los Gráfico 10 al Gráfico 13. Las restricciones para cada variable de respuesta, representan condiciones que el proceso debe cumplir, en el Gráfico 12, la región sombreada corresponde a combinaciones de tiempo y temperatura que corresponden a valores satisfactorios para las respuestas. El experimentador puede inspeccionar el grafico de contorno para determinar las condiciones de operación apropiadas.

**Gráfico 8. Superficie de respuesta (a), y gráfico de contorno (b) para  $y_1$**

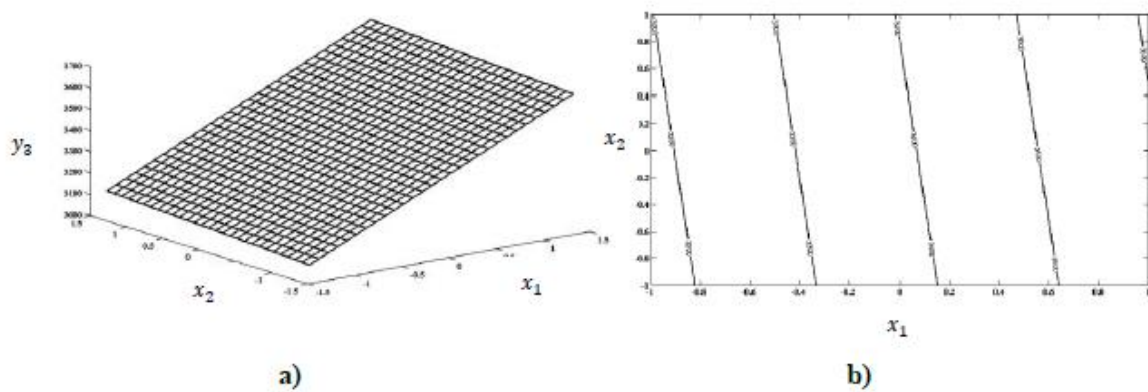




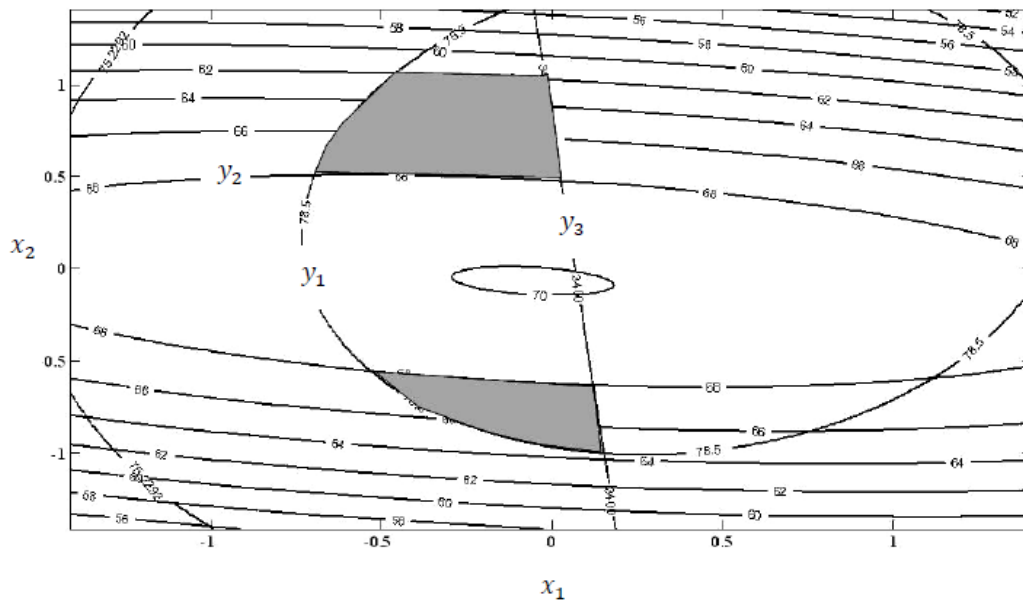
**Gráfico 9. Superficie de respuesta (a), y gráfico de contorno (b) para  $y_2$**



**Gráfico 11. Superficie de respuesta (a), y gráfico de contorno (b) para  $y_3$**



**Gráfico 10. Óptimo para el rendimiento ( $y_1$ ) la viscosidad ( $y_2$ ) y el peso molecular ( $y_3$ )**



Cuando se tiene más de tres factores, resulta complicado el uso de la superposición de gráficos de contorno, debido a que es una representación en dos dimensiones, esto implica que deben mantenerse  $k-2$  factores constantes para la construcción del gráfico de contorno. Esto requiere de varios ensayos a prueba y error, y es en este tipo de problemas, que las funciones de utilidad cobran importancia.

### **2.2.2 Funciones de utilidad.**

Las funciones mencionadas en este apartado, combinan todas las variables de respuesta en un solo valor cuantitativo, también llamado métrica de desempeño, es decir, las funciones de utilidad son transformaciones del conjunto de variables de respuesta. La optimización de la función de utilidad en función de los factores de control, conduce a las condiciones de proceso óptimas.

#### **2.2.2.1 Función de deseabilidad.**

La función de deseabilidad fue desarrollado originalmente por (Harrington., E., 1965), para optimizar al mismo tiempo las múltiples las respuestas y fue modificada posteriormente por (G. Derringer, R. Suich., 1980), para mejorar su funcionalidad. El enfoque de la función de deseabilidad es uno de los más frecuentemente utilizados, para la optimización, de respuestas múltiples en la práctica. La deseabilidad se encuentra entre 0 y 1 y representa la cercanía de una respuesta a su valor ideal. Si una respuesta cae dentro de los intervalos inaceptables, la deseabilidad es 0, y si una respuesta cae dentro del ideal y dentro de los intervalos y la respuesta alcanza su valor ideal, la deseabilidad es: 1. Mientras tanto, cuando una respuesta está comprendida en el intervalos de tolerancia, pero no el intervalo ideal, o cuando no puede alcanzar su valor ideal, la deseabilidad se encuentra entre 0 y 1.

Cuanto más se acerca a la respuesta de los intervalos ideales o valores ideales, más cerca de la deseabilidad es 1. De acuerdo con las propiedades objetivas de una función de deseabilidad. La

función de deseabilidad se pueden clasificar en nominal es mejor (NM) en la respuesta, la respuesta entre más grande-mejor (GM) y la respuesta entre más pequeño-mejor (PM).

La función de deseabilidad propuesta transforma, cada respuesta a un valor correspondiente a la deseabilidad entre 0 y 1. Todo la deseabilidad se puede combinar para formar un compuesto de deseabilidades individuales, para que la función convierta un problema múltiple-respuesta, en una sola respuesta.

La función de deseabilidad es una escala -índice invariante- que permite que las características de calidad puedan llevarse a cabo mediante la comparación con varias unidades. Es un método en el que puede fácilmente determinar los parámetros óptimos entre un grupo de soluciones.

Mientras tanto, cuando una respuesta cae dentro del intervalo de tolerancia, pero no el intervalo ideal, o cuando no puede alcanzar su valor ideal, la deseabilidad se encuentra entre 0 y 1. Cuanto más estrechamente la respuesta se aproxima a los intervalos ideales o valores ideales, es cuanto más cerca de esta de la deseabilidad a 1.

De acuerdo con las propiedades objetivas de una función de deseabilidad, se puede clasificar en tres forma: nominal-el-mejor (NM), entre más grande-el-mejor (GM) y menor-es-mejor (PM). La deseabilidad total se define como una media geométrica de las deseabilidades individuales:

$$D = (d_1 \times d_2 \times \dots \times d_k)^{1/k} \quad \text{Ec. (3.15)}$$

Donde D es la deseabilidad total y  $d_i$  es la  $i$ -ésima deseabilidad,  $i = 1, 2, \dots, K$ . Si todas las características de calidad a alcanzar sus valores ideales, la deseabilidad es  $d_i: 1$  para toda  $i$  En consecuencia, la deseabilidad total es también 1. Si cualquiera de las respuestas no se alcanza su valor ideal, el  $d_i$  o deseabilidad  $i$  es inferior a 1 para que la respuesta entonces la deseabilidad total es inferior a 1. Si cualquiera de los las respuestas no pueden cumplir con los requisitos de calidad, la deseabilidad  $d_i$  es 0 para esa respuesta. Deseabilidad total será 0.

La función de deseabilidad es un índice de varianza de escala que permite a las características de calidad que se comparan con las distintas unidades. Por lo tanto, la función de deseabilidad es un medio eficaz para optimizar los valores que se requieran, (S. Raissi, and R- Eslami Farsani., 51, 2009).

### 2.2.2.2 Función de deseabilidad de (Derringer, G. y Suich, R. , 1980).

La función de deseabilidad involucra la transformación del estimador  $\widehat{y}_{ij}$  en un valor deseado,  $d_{ij}$  donde,  $0 \leq d_{ij} \leq 1$ , después, las deseabilidades individuales se combinan mediante la media geométrica (Myers, R. H. y Montgomery, D. C., 2003), para obtener una calificación de la  $i$ -ésima observación para la  $j$ -ésima respuesta.

$$D_{gi}(x) = \left[ \prod_{j=1}^k d_{ij} \right]^{\frac{1}{k}} \quad \text{Ec. (3.16)}$$

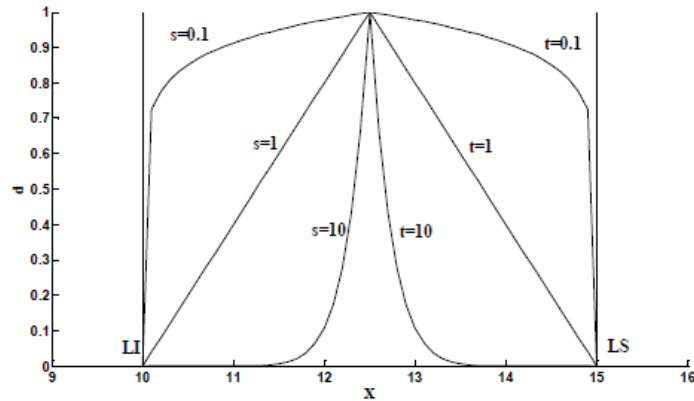
La ecuación anterior puede definirse como el antilogaritmo del promedio de los logaritmos naturales de las deseabilidades individuales utilizando:

$$D_{gi}(x) = e^{\left[ \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \ln(d_{ij}) \right]} \quad \text{Ec. (3.17)}$$

Las transformaciones del estimador  $\widehat{y}_{ij}$ , dependerán de la característica de calidad para cada variable. En el caso de variables del tipo “mayor es mejor” se utiliza la ecuación (3.17). Para variables del tipo “menor es mejor” -  $\widehat{y}_{ij}$ , se trata como “mayor es mejor”.

$$d_{ij} = \begin{cases} \left( \frac{\widehat{Y}_{ij} - Y_{j*}}{c_j - Y_{j*}} \right)^s & Y_{j*} < \widehat{Y}_{ij} < c_j \\ \left( \frac{Y_j^* - \widehat{Y}_{ij}}{Y_j^* - c_j} \right)^t & c_j < \widehat{Y}_{ij} < Y_j^* \\ 0 & Y_{j*} > \widehat{Y}_{ij} > Y_j^* \end{cases} \quad \text{Ec. (3.18)}$$

**Gráfico 12.** Deseabilidad bilateral

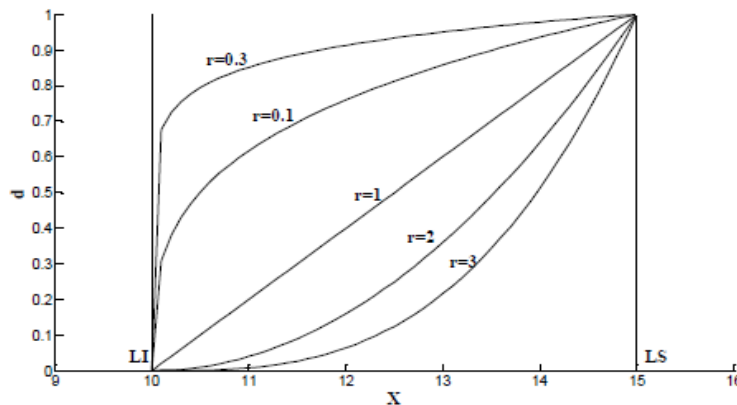


Para variables del tipo “nominal es mejor” la ecuación (3.18) es la transformación utilizada. Los exponentes  $r$ ,  $s$  y  $t$ , llamados pesos, que permiten un comportamiento lineal o no lineal de la función de deseabilidad.

Por ejemplo, si los pesos son iguales a uno, la deseabilidad tiene comportamiento lineal (Gráfico 2 y Gráfico 3).

$$d_{ij} = \begin{cases} 0 & \hat{Y}_{ij} \leq Y_{j^*} \\ \left( \frac{Y_i - Y_{j^*}}{Y_j^* - Y_{j^*}} \right)^r & Y_j^* < \hat{Y}_{ij} < Y_{j^*} \\ 1 & \hat{Y}_{ij} \geq Y_j^* \end{cases} \quad \text{Ec. (3.18)}$$

**Gráfico 13.** Deseabilidad unilateral.



Una inspección de ecuación, revela que, si para alguna de las variables de respuesta la deseabilidad es cero, la deseabilidad global ( $dg$ ) es cero. Este hecho permite eliminar soluciones que no cumplan con todas las restricciones (ecuación 3.18):

$$\forall j \in (1, 2, 3 \dots k) \exists d_j = 0 \therefore d_g = 0 \quad \text{Ec. (3.19)}$$

La deseabilidad es una función continua de las variables independientes que transforma el problema multi-variable en un problema univariable. Esto permite encontrar el valor máximo de deseabilidad por técnicas de búsqueda analíticas o graficas.

### 2.2.2.3 Función de pignatiello.

Pigniatello propone una extensión de la función de la pérdida de Taguchi para una sola respuesta, presenta una técnica multirespuesta en base a los criterios de minimización de la desviación del objetivo y la maximización de robustez al ruido. Si las características del producto se desvían de sus valores del objetivo, se incurre en una penalización ponderada o pérdida. La distancia métrica se denota  $\hat{D}_p(X)$ , la descripción del método pignatiello se muestra a continuación.

La base de este método es una función de pérdida error cuadrático ponderado que se define como:

$$L_p(X) = [Y(x) - \tau]' C [Y(x) - \tau]$$

El valor esperado de la perdida de x es:

$$E[L_p(x)] = \text{trace}(C \sum(X)) + [n(x) - \tau]' C [n(x) - \tau], \quad (C1)$$

Cuando se traza, se define como la suma de los términos de la diagonal de la matriz, reemplazando  $\sum(x)$  y  $n(x)$  por sus estimaciones  $S_Y(x)$  y  $\hat{Y}(x)$ , respectivamente en la ecuacion C1, se obtiene una ecuación para la estimacion de la perdida que es la metrica de la distancia.

$$\widehat{D}_p = \text{trace} \left( C S_Y(x) \right) + [\widehat{Y}(x) - \tau]' C [\widehat{Y}(x) - \tau] \quad (C2)$$

Este método asume que la varianza de la respuesta es diferente para diferentes X. la estimación de  $S_Y(x)$  se obtiene en cada uno de los tratamientos mediante el cálculo de la varianza de la muestra y la covarianza de  $\widehat{Y}(x)$ . la distancia métrica se optimiza mediante la búsqueda de una X para el que  $\widehat{D}_p(X)$  es un mínimo. El  $\widehat{D}_p(X)$  consta de dos componentes de una desviación del componente del objetivo [segundo término de la ecuación (C2)] y un componente de varianza [primer término de la ecuación (C2)]. La desviación de la porción de objetivo de  $\widehat{D}_p(X)$  es la desviación del objetivo cuadrado multiplicado por la matriz C. Peso esta porción es comparable con el criterio de la distancia anterior métrica  $\widehat{D}_{DS}(X)$ , en la que se mide la cercanía a la meta. Los componentes de varianza es la suma de la varianza de Y (X) ponderado por C que es un criterio que no se considera en el  $\widehat{D}_{DS}(X)$ , y se aplica una penalización a esas condiciones de funcionamiento de la pizca una gran varianza en Y (X).

Una ventaja de este método es la adición de componentes de la varianza en la distancia métrica, porque nos gustaría evitar que las condiciones de funcionamiento las cuales son las que introducen la variabilidad en el proceso. Una desventaja es que no se tiene una región específica de aceptación de las respuestas, así que la métrica de distancia está dirigido a las características del producto que tienen un valor objetivo específico, y por lo tanto su adecuación a las características que se minimizan (maximizan). Si se aplica el método a un problema que contiene las características del producto a ser minimizada o maximizada. Luego debemos seleccionar un objetivo apropiado.

Por ejemplo, consideremos el caso en el que estamos interesados en minimizar una característica de un producto  $Y_i$  una posibilidad es fijar  $\tau_i = 0$  otra es fijar el objetivo igual a la respuesta más pequeña observada en el experimento. Estos dos resultados tienen opciones muy diferentes en la desviación cuadrática de los valores objetivos para  $Y_i$ . Seleccionando  $\tau_i = 0$  se podría dar lugar a estas características de productos que dominan la métrica de distancia, ya que sus contribuciones la penalización sería muy grande.

Pignatiello, define el peso de la matriz  $C$  como una matriz de costos. Debido a que esta información es a menudo imposible de obtener, podríamos considerar otras interpretaciones razonables o usos de la matriz de peso. Una modificación del concepto de costo sería dejar que los pesos representen la importancia relativa de las características del producto. Por ejemplo, en un análisis con tres características del producto  $Y_1$ ,  $Y_2$  y  $Y_3$ , además teniendo en cuenta sólo los términos diagonales de  $C$ . Los pesos pueden ser asignados como  $C_1 = C_2 = 1$  y  $C_3 = 2$  respectivamente. La penalización por cada unidad-cuadrática de  $Y_2$ , que está lejos de su óptimo es dos veces mayor para  $Y_1$ , y  $Y_3$ . Otro uso para los pesos sería la de ajustar las diferencias de escala para las variables de respuesta, por ejemplo, si el intervalo de valores observados para  $Y_1$ , es  $[0, 100]$  y para  $Y_2$  es  $[0, 10]$  y  $C_1 = C_2 = 1$ . Está claro que la desviación cuadrada de las cinco unidades cuadráticas para ambos  $Y_1$  y  $Y_2$ , resultando la misma penalización de la desviación del valor objetivo, pero está claro que  $Y_1$  es más cercano al valor objetivo. (Pignatiello, J.J. Jr , 1993).

### 2.2.3 Gradiente reducido generalizado (GRG).

Para resolver las funciones de utilidad se utiliza el algoritmo de gradiente reducido generalizado. Al igual que otros algoritmos de programación no lineal, parte de una solución factible conocida como punto inicial. El algoritmo intenta entonces moverse, a partir de este punto, en una dirección a través de la región factible, de tal forma que el valor de la función objetivo mejore. Tomando un salto o movimiento determinado en dicha dirección factible, se pasa a una nueva solución factible mejorada. De nuevo, el algoritmo identifica una nueva dirección factible, si existe, y un salto determinado avanzando hacia una nueva solución factible mejorada. El proceso continúa hasta que el algoritmo alcanza un punto en el cual no existe una dirección factible para moverse que mejore el valor de la función objetivo. Cuando no hay posibilidad de mejora, o el potencial para tal mejora es arbitrariamente pequeño, el algoritmo finaliza. Ahora bien, en ese momento la solución es un *óptimo local*, y por tanto no necesariamente *global*. (ABADIE, J., 1978).



En este sentido, es preciso tener en cuenta dos características de las soluciones obtenidas al resolver un programa no lineal con:

- El algoritmo puede finalizar en un óptimo local que puede no ser el óptimo global del problema.
- El óptimo local en que finaliza el algoritmo depende del punto inicial.

Si bien la posibilidad de terminar en un óptimo local no es deseable, en el caso de la programación entera ya habíamos comentado la posibilidad de aceptar soluciones sub-óptimas si estaban dentro del grado de tolerancia aceptable. Desgraciadamente, en los programas no lineales no se puede determinar fácilmente el grado de alejamiento entre el óptimo local y el global, dado que no existe un método genérico para obtener cotas del valor de la función objetivo. Sin embargo, muchos programas no lineales tienen óptimos locales únicos que, por definición, necesariamente deben ser globales. Por ejemplo, las siguientes condiciones garantizan, si existe, que el óptimo es global:

- Función objetivo de máximo y cóncava, o el logaritmo de la función objetivo cóncava, con restricciones lineales.
- Función objetivo de mínimo y convexa, con restricciones lineales.

No obstante, en general, no conoceremos si la solución obtenida es un óptimo global. Como consecuencia, se suele intentar la prueba de iniciar el algoritmo desde diferentes puntos para determinar si el problema tiene diferentes soluciones óptimas. Este procedimiento suele revelar la existencia de un determinado óptimo global, si existe, pero no es un método de total fiabilidad. El proceso de solución del GRG, al igual que otros muchos algoritmos de programación no lineal, calcula valores de la primera derivada parcial de la función objetivo y de las restricciones en cada iteración. En el software "Solver" La opción «Derivadas» fija cómo se realiza dicho cálculo. La alternativa «progresivas» considera conjuntamente el punto de la iteración anterior y el actual, con lo cual reduce el tiempo de computación requerido por la diferenciación finita (este tiempo se estima que puede llegar a suponer el 50 por ciento del tiempo total de resolución).

La opción «centrales» tan solo considera el punto actual, lo cual conlleva un mayor tiempo de cálculo que puede sin embargo resultar adecuado si las derivadas cambian rápidamente ya que permite realizar un menor número de iteraciones.

En problemas cuadráticos, la diferenciación central produce valores de las derivadas exactos, lo cual permite mejorar la exactitud del resultado y reducir el número de iteraciones, aunque éstas tendrán un tiempo de ejecución que puede llegar a duplicar el de diferenciación progresiva. El método del GRG realiza asimismo una reducción del problema original a otro sin restricciones resolviendo un sistema de ecuaciones para ciertas variables - básicas - en términos del resto - no básicas -. Entonces, se elige una dirección de búsqueda (un vector  $n$ -dimensional donde  $n$  es el número de variables no básicas) a lo largo de la cual se establece una mejora de la función objetivo. La opción «Hallar por» fija el criterio para determinar esta dirección de búsqueda. El método de Newton consiste realmente en el método cuasi-Newton BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno). En lugar de utilizar la matriz hessiana, utiliza una aproximación de dicha matriz, lo cual requiere una importante capacidad de almacenaje que sin embargo se compensa por los buenos resultados que genera. La alternativa es el método del «gradiente conjugado», que no requiere el almacenamiento de la matriz hessiana sino tan solo de algunos vectores. Normalmente requiere de más iteraciones que el método cuasi-Newton, siendo recomendable en el caso de problemas de gran tamaño.

## 2.3 Capacidad de proceso.

Los procesos tienen variables de salida o de respuesta, las cuales deben cumplir con ciertas especificaciones a fin de considerar que el proceso está funcionando de manera satisfactoria. Evaluar la habilidad o capacidad de un proceso consiste en conocer la amplitud de la variación natural de éste para una característica de calidad dada. Lo cual permitirá saber en qué medida tal característica de calidad es satisfactoria (cumple especificaciones).

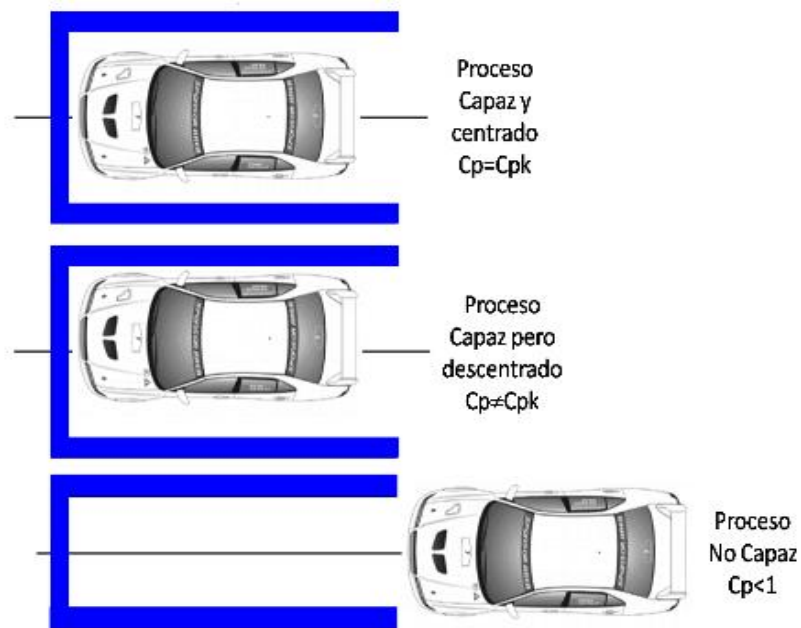


Ilustración 1. Descripción de capacidad de proceso e índices  $C_p$ ,  $C_{pk}$

### 2.3.1 Índice $C_p$ .

El índice de capacidad de potencial de proceso,  $C_p$ , se define de la siguiente manera:

$$C_p = \frac{ES - EI}{6\sigma} \quad \text{Ec. (3.20)}$$

Donde  $\sigma$  representa la desviación estándar del proceso, mientras que ES y EI son las especificaciones superior e inferior para la característica de calidad.

Como se puede observar, el índice  $C_p$  compara el ancho de las especificaciones o la variación tolerada para el proceso con la amplitud de la variación real de este:

$$C_p = \frac{\text{Variación tolerada}}{\text{Variación real}}$$

Decimos que  $6\sigma$  (seis veces la desviación estándar) es la variación real, debido a las propiedades de la distribución normal, incluso si no hay normalidad.<sup>5</sup> En donde se afirma que entre  $\mu \pm 3\sigma$  se encuentra 99.73% de los valores de una variable con distribución normal debido a la desigualdad de Chebyshev y la regla empírica.

### 2.3.2 Interpretación del índice $C_p$ .

Para que el proceso sea considerado potencialmente capaz de cumplir con especificaciones se requiere que la variación real (natural) siempre sea menor que la variación tolerada. De aquí lo deseable es que el índice  $C_p$  sea mayor que 1; y si el valor del índice  $C_p$  es menor que uno, es evidencia de que el proceso no cumple con especificaciones. Para una mayor precisión en la interpretación en la **tabla 6**. Se presentan cinco categorías de procesos que dependen del valor del índice  $C_p$ , suponiendo que el proceso está centrado. Ahí se ve que el  $C_p$  debe ser mayor que 1.33, o que 1.50 si se quiere tener un proceso bueno; pero debe ser mayor o igual que dos si se quiere un proceso de clase mundial (calidad Seis Sigma).

---

<sup>5</sup> Hay una definición del índice  $C_p$  que es independiente de la distribución de la característica de calidad: el reporte técnico de ISO 12783 define al  $C_p$  de la siguiente manera:

$$\frac{ES - EI}{P_{0.99865} - P_{0.00135}}$$

Donde  $P_{0.99865}$  es el percentil 98.865 de la distribución de la característica de calidad y  $P_{0.00135}$ , es el percentil 0.135. De esta manera, cualquiera que sea la distribución entre estos percentiles, se ubicara el 99.73% de los valores de la característica de calidad.

Además, en la **tabla 7**, Se presento el valor del índice en el porcentaje de artículos que no cumplirán especificaciones, así como en la cantidad de artículos o partes defectuosas por cada millón producido (PPM).

Por ejemplo, si el índice  $C_p = 0.80$  y el proceso estuviera centrado, entonces el correspondiente proceso produciría 1.64% de piezas fuera de especificación (que corresponde a 16395 partes malas por cada millón producido). Una observación que se deriva de la tabla Referida es que el valor del índice  $C_p$  no es igual al porcentaje de piezas que cumplen especificaciones.

VALOR DEL INDICE $C_p$	CLASE O CATEGORIA DEL PROCESO	DECISIÓN (SI EL PROCESO ESTA CENTRADO)
$C_p \geq 2$	Clase mundial	Se tiene calidad Seis Sigma
$C_p \geq 1.33$	1	Adecuado
$1 < C_p < 1.33$	2	Parcialmente adecuado, requiere de un control estricto
$0.67 < C_p < 1$	3	No adecuado para el trabajo. Es necesario un analisis del proceso Requiere de modificaciones serias para alcanzar una calidad satisfactoria
$C_p < 0.67$	4	No adecuado para el trabajo. Requiere de modificaciones muy serias

**Tabla 7. Valores del índice  $C_p$  y su interpretación. (Gutierrez Pulido, Humberto y De La Vara Salazar, Roman. , 2008).**

VALOR DEL INDICE (CORTO PLAZO)	PROCESO CON DOBLE ESPECIFICACION (INDICE $C_p$ )		CON REFERENCIA A UNA SOLA ESPECIFICACION ( $C_{pi}$ , $C_{ps}$ , $C_{pk}$ )	
	% FUERA DE LAS DOS ESPECIFICACIONES	PARTES POR MILLON FUERA (PPM)	% FUERA DE UNA ESPECIFICACION	PARTES POR MILLON FUERA (PPM)
0.2	54.8506%	548506.130	27.4253%	274253.065
0.3	36.8120%	368120.183	18.4060%	184060.092
0.4	23.0139%	230139.463	11.5070%	115069.732
0.5	13.3614%	133614.458	6.6807%	66807.227
0.6	7.1861%	71860.531	3.5930%	35930.266
0.7	3.5729%	35728.715	1.7864%	17864.357
0.8	1.6395%	16395.058	0.8198%	8197.529
0.9	0.6934%	6934.046	0.3467%	3467.023
1.0	0.2700%	2699.934	0.1350%	1394.967
1.1	0.0967%	966.965	0.0483%	483.483
1.2	0.0318%	318.291	0.0159%	159.146
1.3	0.0096%	96.231	0.0048%	48.116
1.4	0.0270%	26.708	0.0013%	13.354
1.5	0.0007%	6.802	0.0003%	3.401
1.6	0.0002%	1.589	0.0001%	0.794
1.7	0.0000%	0.34	0.0000%	0.170
1.8	0.0000%	0.067	0.0000%	0.033
1.9	0.0000%	0.012	0.0000%	0.006
2.0	0.0000%	0.002	0.0000%	0.001

**Tabla 8. Los índices  $C_p$ ,  $C_{pi}$  y  $C_{ps}$  en términos de la capacidad de piezas malas; bajo normalidad y proceso centrado en el caso de doble especificación. (Gutierrez Pulido, Humberto y De La Vara Salazar, Roman. , 2008)**

Un aspecto que es necesario destacar es que la interpretación que se da en las tablas 6 y 7. Está fundamentada en cuatro supuestos: que la característica de calidad se distribuye de manera normal, que el proceso está centrado y es estable (está en control estadístico), y que se conoce la desviación estándar del proceso. Es decir, la desviación estándar no es una estimación basada en una muestra. La violación de alguno de estos supuestos. Sobre todo de los dos últimos, afecta de manera sensible la interpretación de los índices.

Si al analizar el proceso se encuentra que su capacidad para cumplir especificaciones es mala, entonces algunas alternativas de actuación son: mejorar el proceso (centrar y reducir la variación), su control y el sistema de medición, modificar tolerancias o inspeccionar al 100% los productos. Por el contrario, si hay una capacidad excesiva, esta se puede aprovechar, por ejemplo: con la venta de la precisión o del método, reasignando productos a máquinas menos precisas, así como al acelerar el proceso y reducir la cantidad de inspección.

### 2.3.3 Índice K.

Un aspecto importante en el estudio de la capacidad de proceso es evaluar si la distribución de la característica de calidad está centrada con respecto a las especificaciones, por ello es útil calcular el *índice de centrado de proceso*,  $K$ , que se calcula de la siguiente manera:

$$K = \frac{\mu - N}{\frac{1}{2}(ES - EI)} \times 100 \quad \text{Ec. (3.21)}$$

Como se aprecia, este indicador mide la diferencia entre la media del proceso,  $\mu$  y el valor objetivo o nominal,  $N$  (*target*), para la correspondiente característica de calidad; y compara esta diferencia con la mitad de la amplitud de las especificaciones. Multiplicar por 100 ayuda a tener una medida porcentual. La interpretación usual de los valores de  $K$  es como sigue:

- Si el signo del valor de  $K$  es positivo significa que la media del proceso es mayor al valor nominal y será negativo cuando  $\mu < N$ .

- Valores de K menores al 20% en términos absolutos se consideran aceptables, pero a medida que el valor absoluto de K sea más grande que 20% indica un proceso muy descentrado, lo cual contribuye de manera significativa a que la capacidad de proceso para cumplir especificaciones se baja.
- El valor nominal, N, es la calidad objetivo y óptima; cualquiera desviación con respecto a este valor lleva un detrimento en la calidad. Por ello, cuando un proceso este descentrado de manera significativa se debe hacer esfuerzos serios para centrarlo, lo que por lo regular es más fácil que disminuir la variabilidad.

#### 2.3.4 Capacidad de largo plazo e índices de P<sub>P</sub> y P<sub>PK</sub>.

Cuando hablamos de capacidad de un proceso podemos tener una perspectiva de corto o largo plazo la capacidad de corto plazo se calcula a partir de muchos datos tomados durante un periodo suficientemente corto para que no haya influencias externas sobre el proceso (por ejemplo, que no haya importantes cambios de temperatura, turnos, operadores, lotes de materias primas, etc.). Por lo tanto, esta capacidad representa el potencial del proceso, es decir, lo mejor que se puede esperar del mismo. Por otra parte esta es la perspectiva de largo plazo que, a final de cuentas, es la que le interesa al cliente. De aquí que la capacidad de largo plazo se calcula con muchos datos tomados de un periodo de tiempo suficiente largo como para que los factores externos influyan en el desempeño del proceso.

En la práctica para diferenciar entre capacidad de corto y largo plazo se emplea dos diferentes formas de estimar la desviación estándar del proceso. Por ejemplo, a través del muestreo de las cartas de control se pueden obtener los datos de los subgrupos por ejemplo cuatro datos de cada uno. Cada subgrupo se toma en periodos pequeños de tiempo. Entonces, con estos datos hay dos formas de calcular la desviación estándar. En la primera solo se considera la variación dentro del subgrupo, y refleja la variación de corto plazo a través del rango de los subgrupos mediante la siguiente expresión.

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad \text{Ec. (3.22)}$$

Donde R es el promedio de los rangos de los subgrupos, mientras que la constante  $d_2=2.059$  depende del tamaño del subgrupo (cuatro en este caso) y esta tabulado en el apéndice en la tabla 26.

La otra forma de calcular la  $\sigma$  consiste en determinar de manera directa la desviación estándar de todos los datos. Por lo tanto si se tiene una buena cantidad de datos y éstos representan un periodo de tiempo suficientemente grande, entonces se tendrá una perspectiva de largo plazo en la cual se consideran los desplazamientos y variaciones del proceso a través del tiempo; además toma en cuenta la variación de las muestras dentro de muestras.

### Índices $P_P$ y $P_{PK}$ .

Estos índices están enfocados al desempeño del proceso a largo plazo y no solo a su capacidad. Por ello, el índice de desempeño potencial del proceso (*process performance*)  $P_P$ , se calcula de la siguiente manera:

$$P_P = \frac{ES - EI}{6\sigma L} \quad \text{Ec. (3.23)}$$

Donde  $\sigma L$  es la desviación estándar de largo plazo. Nótese que el índice  $P_P$  se calcula en forma similar al  $C_P$ , la única diferencia es que  $P_P$  utiliza  $\sigma L$ , mientras que  $C_P$  usualmente se calcula con la desviación estándar de corto plazo. Un problema del índice  $P_P$  es que no toma en cuenta el centrado del proceso por ello suele complementarse con el índice de desempeño real del proceso  $P_{PK}$  que se obtiene con:

$$P_{PK} = \text{Minimo} \left[ \frac{\mu - EI}{3\sigma L}, \frac{ES - \mu}{3\sigma L} \right] \quad \text{Ec. (3.24)}$$

Advierta que este índice se calcula de la misma manera que el índice  $C_{PK}$ , la única diferencia es que  $P_{PK}$  utiliza  $\sigma L$  (la desviación estándar del largo plazo).

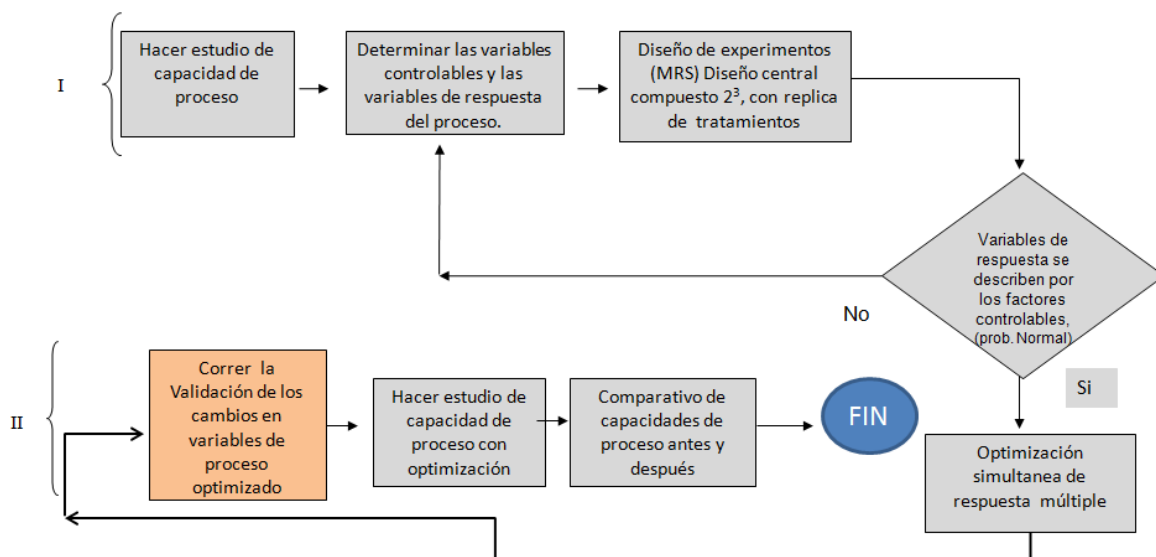


# CAPITULO 3. METODOLOGÍA

### 3.1 METODOLOGIA DE LA INVESTIGACION.

Para realizar la optimización de las variables de procesos, se utiliza un diseño central compuesto  $2^3$  con puntos axiales y puntos al centro, que permite analizar los datos recolectados mediante los métodos estadísticos, resultando en conclusiones objetivas y validas (Montgomery, D. C., 2008). La metodología propuesta (Figura 10), consiste en dos etapas, la primera es realizar un estudio de capacidad del proceso, seguidamente de la determinación del las variables controlables y las variables de respuesta para la aplicación de la metodología de superficie de respuesta para optimizar cada variable de respuesta verificar los supuestos, y validar la probabilidad normal de los tratamiento, si no se cumplen realizar las transformaciones para estabilizar la varianza y minimizar el problema por falta de normalidad y de varianza heterogénea. Seguidamente de obtener la respuesta de cada efecto y observar si hay diferencia significativa. Para después continuar con la investigación llevando a cabo la réplica del diseño y realizar la optimización simultanea de respuesta múltiple para realizar la optimización del proceso, después la segunda etapa es hacer nuevamente un estudio de capacidad ahora ya con la optimización y después comparar el resultado de las capacidades antes y después de la optimización, para observa la mejora en el proceso y la reducción de los tiempos de reproceso.

**Figura 10.** Esquema de la metodología

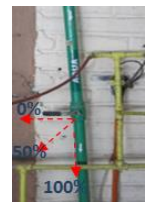


### 3.1.1 Determinación de variables controlables y variables de respuesta.

Para la creación del diseño experimental es utilizado el diseño central compuesto  $2^3$ . Este diseño permite, mediante la metodología de superficie de respuesta permite encontrar el óptimo para cada variable de respuesta y con optimización múltiple obtener el óptimo simultaneo, encontrando una solución compromiso basada en la función de deseabilidad para el conjunto de variables involucradas dentro del diseño, por lo cual se definen las siguientes variables de proceso para la creación del diseño experimental antes mencionado.

En el proceso de manufactura de adhesivos existen muchas variables de las cuales, por políticas de la empresa no pueden ser modificadas o reveladas, como las formulaciones de los productos. Lo que limita el estudio a variables de proceso, de las cuales se detectaron solo 3 factores controlables las cuales son:

- Apertura de válvula de enfriamiento al reactor. (% apertura de la válvula)
- El tiempo de integración (tiempo de mezclado).
- La hora del día como variable categórica. (la radiación solar presenta variación con la hora del día.)



Las variables de respuesta para este diseño se consideran las siguientes:

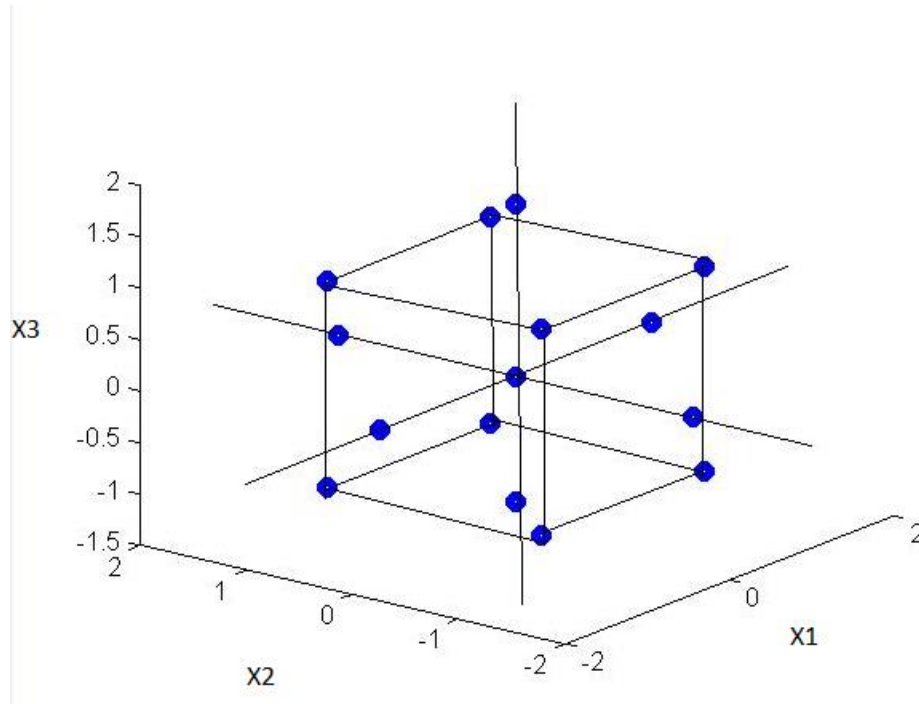
- Solvente recuperado (kg)
- Viscosidad (Cps “Centipoises”)
- Tiempo de reproceso (minutos)

Por el número reducido de factores no se realiza cribado de los factores controlables.

Con esta definición de variables de proceso para la manufactura de adhesivos de poliuretano se procede a la elaboración del diseño central compuesto  $2^3$  para la realización de la experimentación de este proyecto.

Se determina el diseño central compuesto para las variables establecidas tomando como consideración los casos de estudio (Derringer, G. y Suich, R. , 1980), (Del Castillo, Montgomery y McCarville., 1996), (Hendricks, de Boer, Smilde y Doornbos., 1992), Para la creación del diseño experimental y la aplicación de la función de deseabilidad.

Se ajustaron, de tal manera para el diseño controlando tres factores (X), *la válvula de agua de enfriamiento (X1), el tiempo de integración, (X2) y la hora del día (X3) como variable categórica* y optimizando tres variables de respuesta (Y), *la viscosidad (Y1), el tiempo de reproceso (Y2) y solvente recuperado (Y3)*, los experimentos se realizaron utilizando, el mismo reactor de acero inoxidable, el mismo operador y como factor de bloque: la materia prima para cada replica, quedando el diseño experimental para este proyecto de la siguiente manera:



**Ilustración 2. Diagrama de Diseño Central Compuesto  $2^3$  para la optimización de variables para la manufactura de adhesivos PU.**

A partir de este diseño, se obtuvieron los modelos de regresión para estimar, las variables de respuesta, que se ajustaron a este diseño de experimentos.

### 3.1.2 Materiales y métodos.

La elaboración se lleva a cabo dentro de un reactor tipo Batch en acero al carbón con un volumen de 1836 lts. De capacidad, donde no entra ni sale material durante mezclado de los componentes, en otras palabras, al inicio del proceso se introduce los materiales: dióxido de silicón, resina vinilica, sistema de óxidos metálicos, (Titanato, zirconato y aluminato), poliuretano termoplástico (Huntsman Y Merquinsa), sistema de solventes (tolueno, acetona), de acuerdo a la cantidad de formulación (confidencial), y se deja mezclar por un tiempo preestablecido, luego se descargan los productos de la reacción o mezcla donde después de este tiempo se determinan sus especificaciones de acuerdo a la norma ASTM D2556-93A y es liberado por viscosidad (cps) y % de sólidos del adhesivo.

Cabe mencionar que la recolección de los datos de las variables de salida se llevó a cabo mediante los siguientes equipos que se describen a continuación junto con sus características para cada una de las variables:

#### Viscosidad.

Para la variable de viscosidad se tomó una muestra representativa del proceso, y mediante el viscosímetro BROOK-RVDV-II, se obtuvo el resultado de manera automática ya que es un equipo muy preciso y con un rango de acuerdo a las necesidades del proceso.



Figura 11. Viscosímetro Brookfield

#### Solvente Recuperado.

Para la variable de solvente recuperado se tomó la cantidad total que se recupera del condensador del reactor y mediante un recipiente de acero inoxidable y pesando la cantidad mediante una báscula marca esnova modelo 40x0510, con un rango capacidad de 40 KGS X 5 O 10 Gms.



Figura 12. Báscula Esnova

### Tiempo de reproceso.

Para la variable del tiempo de reproceso se tomaron los minutos de dicho tiempo mediante un reloj-cronómetro de la marca Casio digital stopwacht HS 10.



Figura 13. Cronometro Casio digital

Mediante todas estas herramientas y equipo a través de esta metodología se pretende obtener las mejoras sustanciales en la disponibilidad de los equipos y la reducción de tiempos de reproceso así como los costos de producción, como el cumplimiento del programa de producción semanal, para obtener los tiempos óptimos de integración, y tener mejores tiempos de respuesta y eficiencia para la industria del calzado.

# CAPITULO 4. RESULTADOS

## ANÁLISIS DE LOS DATOS EXPERIMENTALES.

### 4.1 BUSQUEDA INICIAL (Modelo de Primer Orden).

Se aplica la etapa de la búsqueda inicial como lo marca la metodología de superficie de respuesta, ya que se tienen pocos factores ( $k \leq 5$ ), en este caso solo contamos con 3 factores, y se quería conocer si estos factores influyen en la variable de respuesta. En esta etapa se corre un diseño de primer orden que permita caracterizar en forma preliminar el tipo de superficie de respuesta y detectar la presencia de curvatura (Gutierrez Pulido, Humberto y De La Vara Salazar, Roman. , 2008). Se utilizó un diseño  $2^3$  replicado y agregando 4 puntos al centro para observar si presentaba curvatura dicho diseño, mostrando los siguientes resultados.

#### 4.1.1 Variable viscosidad.

Evaluando los resultados de la mejor anova en la tabla 9, se observa que hay 3 efectos significativos de cada efecto mediante la comparación de la media cuadrática contra una estimación del error experimental, además se puede observar que el bloque es significativo entre la materia prima que se utiliza.

La prueba de falta de ajuste, está diseñada para determinar si el modelo seleccionado es adecuado para describir los datos observados, o si un modelo más complicado se debe utilizar. La prueba se lleva a cabo mediante la comparación de la variabilidad de los residuales del modelo actual y la variabilidad entre las observaciones repetidas en la configuración de los factores. Dado que el valor-p de la falta de ajuste es menor a 0.05 en la tabla de anova, en el nivel de confianza del 95%, esto significa que el modelo descrito no representa adecuadamente los datos.

Análisis de varianza para VISCOSIDAD

Fuente	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrados medios	Relación-F	Valor-P
A:APERTURA DE VALVULA	805506.	1	805506.	34.88	0.0000
C:HORA DEL DIA	150156.	1	150156.	6.50	0.0231
AC	262656.	1	262656.	11.37	0.0046
Blocks	168338.	1	168338.	7.29	0.0173
Prueba falta de ajuste	357556.	5	71511.3	3.10	0.0435
Error puro	323350.	14	23096.4		
Total (corr.)	2.06756E6	23			

R-cuadrada = 67.0672 Por ciento

R-cuadrada (ajustada para G.L.) = 62.1273 Por ciento

Error estándar de Est. = 151.975

Media del error absoluto = 152.188

Estadístico Durbin-Watson = 1.97298 (P=0.4097)

Tabla 9. Análisis de varianza para la viscosidad



#### 4.1.2 Variable de Tiempo de Reproceso.

Evaluando los resultados de la mejor anova en la tabla 10, se observa que hay 2 efectos significativos de cada efecto mediante la comparación de la media cuadrática contra una estimación del error experimental.

La prueba de falta de ajuste, está diseñada para determinar si el modelo seleccionado es adecuado para describir los datos observados, o si un modelo más complicado se debe utilizar. La prueba se lleva a cabo mediante la comparación de la variabilidad de los residuales del modelo actual y la variabilidad entre las observaciones repetidas en la configuración de los factores. Dado que el valor-p de la falta de ajuste es menor a 0.05 en la tabla de anova, en el nivel de confianza del 95%, esto significa que el modelo descrito no representa adecuadamente los datos.

Análisis de varianza para TIEMPO DE REPROCESO

Fuente	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrados medios	Relación-F	Valor-P
A: APERTURA DE VALVULA	156.25	1	156.25	1.17	0.2961
B: TIEMPO DE INTEGRACION	7656.25	1	7656.25	57.42	0.0000
C: HORA DEL DIA	156.25	1	156.25	1.17	0.2961
AC	756.25	1	756.25	5.67	0.0309
Prueba de ajuste	2170.83	4	542.708	4.07	0.0198
Error Puro	2000.0	15	133.333		
Total (corr.)	12895.8	23			

R-cuadrada = 67.6575 por ciento  
R-cuadrada (ajustada para G.L.) = 60.8486 por ciento  
Error estándar de Est. = 11.547  
Media del error absoluto = 11.4236  
Estadístico Durbin-Watson = 2.01511 (P=0.5518)  
Lag 1 residual autocorrelation = -0.0588578

Tabla 10. Análisis de varianza para Tiempo de Reproceso.

#### 4.1.3 Variable Solvente Recuperado.

Evaluando los resultados de la mejor anova en la tabla 11, se observa que hay 4 efectos significativos de cada efecto mediante la comparación de la media cuadrática contra una estimación del error experimental.

La prueba de falta de ajuste, está diseñada para determinar si el modelo seleccionado es adecuado para describir los datos observados, o si un modelo más complicado se debe utilizar. La prueba se lleva a cabo mediante la comparación de la variabilidad de los residuales del modelo actual y la variabilidad entre las observaciones repetidas en la configuración de los factores. Dado que el valor-p de la falta de ajuste es menor a 0.05 en la tabla de anova, en el nivel de confianza del 95%, esto significa que el modelo descrito no representa adecuadamente los datos.

**Análisis de varianza para SOLVENTE RECUPERADO**

Fuente	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrados medios	Relación-F	Valor-P
A: APERTURA DE VALVULA	0.0024059	1	0.0024059	87.30	0.0000
B: TIEMPO DE INTEGRACION	0.000155003	1	0.000155003	5.62	0.0315
C: HORA DEL DIA	0.0000354025	1	0.0000354025	1.28	0.2748
AB	0.00027889	1	0.00027889	10.12	0.0062
AC	0.00051984	1	0.00051984	18.86	0.0006
Prueba falta de ajuste	0.000618906	3	0.000206302	7.49	0.0027
Error puro	0.00041339	15	0.0000275593		
Total (corr.)	0.00442733	23			

R-cuadrada = 76.6836 por ciento  
R-cuadrada (ajustada para g.l.) = 70.2068 por ciento  
Error estándar de Est. = 0.0052497  
Media del error absoluto = 0.00551111  
Estadístico Durbin-Watson = 1.16173 (P = 0.0283)  
Lag 1 residual autocorrelation = 0.38044

**Tabla 11. Análisis de varianza para Solvente Recuperado.**

## 4.2 BUSQUEDA II (Modelo de Segundo Orden).

En el momento de en que se detecta la presencia de curvatura, o bien, que la superficie es más complicada que un hiperplano, se corre o se completa un diseño de segundo orden para caracterizar mejor la superficie y modelar la curvatura. Con el modelo ajustado se determinan las condiciones óptimas de operación del proceso (Gutierrez Pulido, Humberto y De La Vara Salazar, Roman. , 2008).

Para cada una de las variables de respuesta, se corrió un diseño central compuesto replicado 2<sup>3</sup>, con 4 puntos centrales para ganar grados de libertad y 4 puntos axiales. Las variables de respuesta estudiadas son: la viscosidad, el solvente recuperado y el tiempo de reproceso.

La ANOVA divide la variación de la respuesta, la cual se obtiene para cada efecto. En esta prueba se mide la significación estadística para cada efecto, comparando la suma de cuadrados medios del error contra un estimado del error experimental. Los efectos con un valor-p menor que 0.05 son significativamente mayores que cero. El estadístico R<sup>2</sup> indica el porcentaje de la variación de la respuesta que se explica con el modelo ajustado. El R<sup>2</sup>aj es más adecuado para comparar modelos con diferente número de variables independientes. El error estándar de estimación, es la desviación estándar de los residuales. Mientras que la media del error absoluto es el promedio de los residuales. El estadístico Durbin-Watson prueba los residuales para determinar si existe alguna correlación significativa en el orden en el que se realizaron las corridas. Un valor p menor que 0.05 indica la correlación en la secuencia de las corridas.

Cada función se analiza por separado, en dicho análisis se muestran la ANOVA con mayor  $R^2_{aj}$ , el gráfico de residuales Vs predichos y de probabilidad normal para los residuales, los estadísticos para los modelos de regresión y los coeficientes del modelo. La optimización múltiple se realiza, después de analizar cada una de los efectos y ver el comportamiento de cada factor, mediante la optimización múltiple se encontrará la solución compromiso mediante la función de deseabilidad y obtener los niveles más convenientes para trabajar los efectos para la reducción de los reprocesos en la manufactura de adhesivos de la línea de los poliuretanos.

#### 4.2.1 Variable de viscosidad.

Evaluando los resultados de la mejor ANOVA se obtiene que, para la variable de viscosidad se observan 4 efectos significativos como lo muestra la tabla 12, se demostró que para dicha variable, se sugiere trabajar la válvula de agua de enfriamiento del reactor en nivel bajo, así mismo que si se trabaja la hora del día en el nivel bajo se puede obtener la viscosidad dentro de especificaciones como lo muestra el gráfico de superficie (gráfico 17). Además de que el bloqueo de la materia prima es significativo, lo cual afecta dependiendo el tipo de proveedor de los PU'S (poliuretanos) que se utiliza.

**Tabla 12. Análisis de varianza para la viscosidad**

Fuente de variación	Suma de Cuadrados	Grados de libertad	Cuadrados medios	Relación-F	Valor-p
A:APERTURA DE VALVULA	1.98611E6	1	1.98611E6	55.57	0.0000
C:HORA DEL DIA	75226.0	1	75226.0	2.10	0.1576
AA	576249.	1	576249.	16.12	0.0004
AC	262656.	1	262656.	7.35	0.0112
CC	45743.1	1	45743.1	1.28	0.2672
Blocks	319225.	1	319225.	8.93	0.0057
Total error	1.03655E6	29	35743.2		
Total (corr.)	4.31516E6	35			

Coefficiente	Estimador
Constante	3318.14
A:APERTURA DE VALVULA	270.618
C:HORA DEL DIA	56.9236
AA	148.418
AC	128.125
CC	-50.5048

R-cuadrada = **75.9788** por ciento

R-cuadrada (ajustada para g.l.) = **71.9753** por ciento

Error estándar del Est. = **189.059**

Media del error absoluto = **143.219**

Estadístico Durbin-Watson = 2.17652 (P=0.6149)

Auto correlación del residual Lag 1 = -0.1421

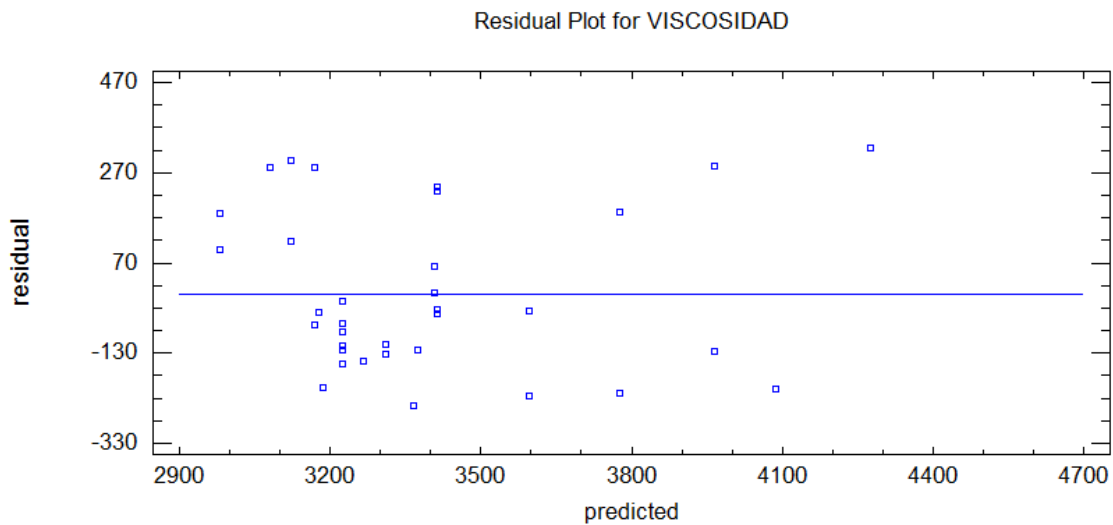
**Tabla 13. Coeficientes de regresión para la viscosidad**

**Modelo de regresión para la viscosidad.**

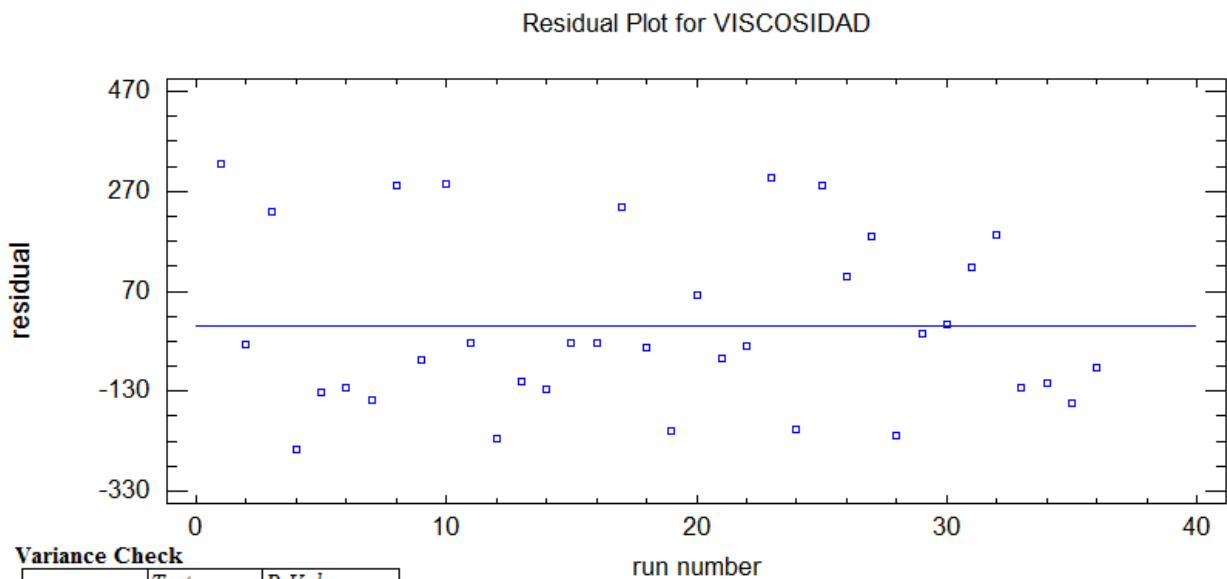
$$\text{VISCOSIDAD} = 3318.14 + 270.618 \cdot \text{APERTURA DE VALVULA} + 56.9236 \cdot \text{HORA DEL DIA} + 148.418 \cdot \text{APERTURA DE VALVULA}^2 + 128.125 \cdot \text{APERTURA DE VALVULA} \cdot \text{HORA DEL DIA} - 50.5048 \cdot \text{HORA DEL DIA}^2$$

**Comprobación de los supuestos.**

**Gráfico 14. Residuales vs Predichos (viscosidad).**



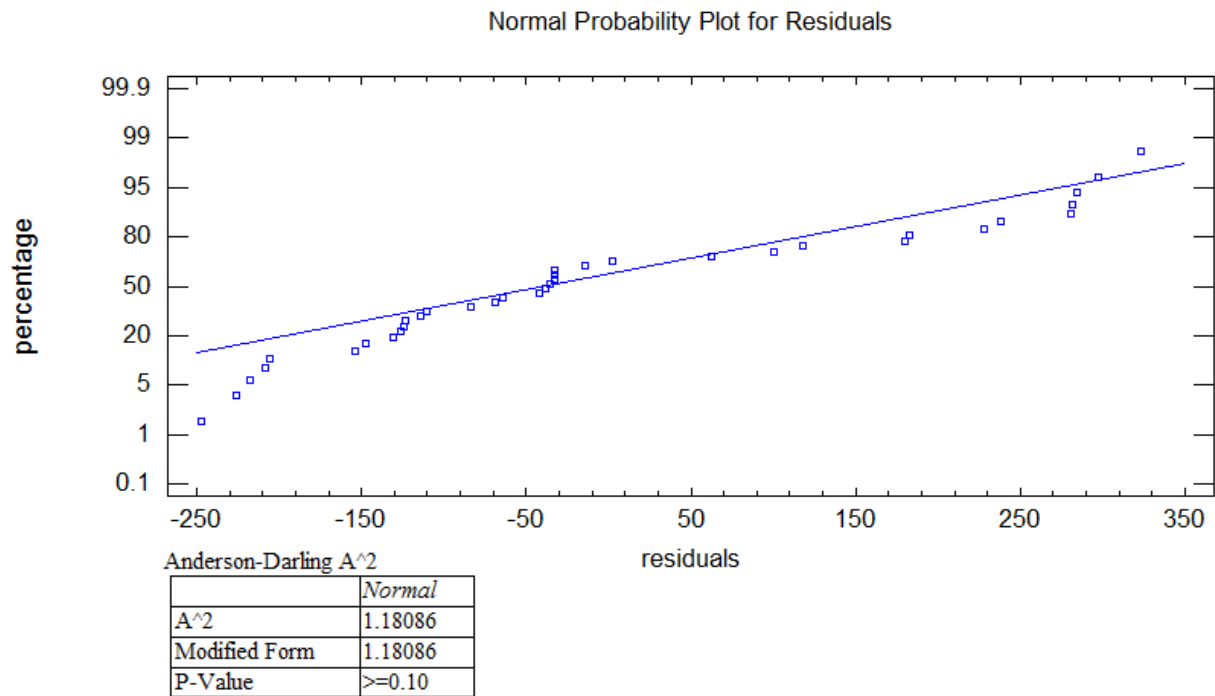
**Gráfico 15. Residuales vs Orden de corrida (viscosidad)**



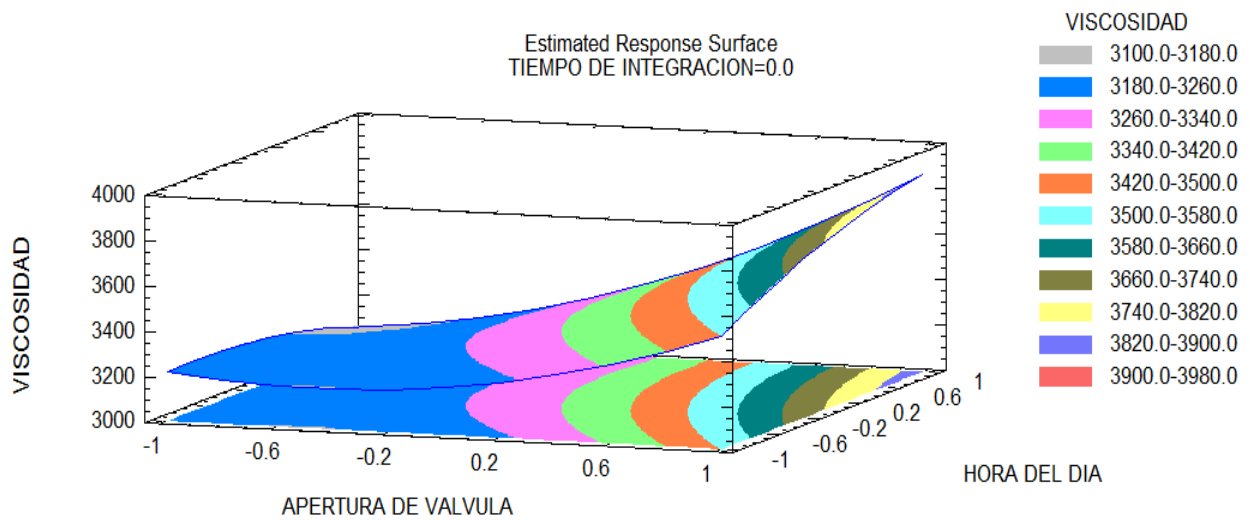
**Variance Check**

	Test	P-Value
Bartlett's	1.14316	0.48157

**Gráfico 16. Probabilidad Normal para los residuales (viscosidad).**



**Gráfico 17. Superficie de respuesta para la viscosidad**



Los supuestos de varianza constante y normalidad de los residuales, se apoyan en el gráfico 14 y gráfico 16, además en el grafico 15, se cumple el supuesto de independencia para la media. Para la variable de respuesta de viscosidad, el estadístico de Durbin-Watson nos indica que no existe correlación ya que es mayor a 0.05, lo que apoya también el supuesto de independencia.

El grafico 17, nos indica la superficie y se observa que de acuerdo a este factor es conveniente trabajar la válvula de enfriamiento en nivel bajo y el tiempo de integración en nivel bajo se puede obtener la viscosidad sin dentro de especificaciones.

En el análisis de la ANOVA en *viscosidad*.

En este caso, se tienen 4 efectos los cuales tienen los valores de  $p$  inferior a 0.05, lo que indica que son significativamente diferentes de cero en el nivel de confianza del 95.0%. El estadístico R-cuadrado indica que el modelo se ajusta en un 75.9788 % de la variabilidad en *Viscosidad*. El estadístico del R-cuadrado ajustado, que es más adecuado para comparar modelos con diferente número de variables independientes es, 71.9753 %. El error estándar de la estimación de la muestra en la desviación estándar de los residuos es 189.059. El error absoluto medio (MAE) es 143.219 el cual es el valor medio de los residuos.

El estadístico Durbin-Watson (DW) examina los residuos para determinar si existe alguna correlación significativa basada en el orden en que aparecen en el archivo de datos. Puesto que el valor P es mayor que 5.0%, no hay ninguna indicación de auto correlación serial en los residuos en el nivel de significancia del 5.0%.

En este caso el coeficiente de determinación ajustado para este factor, el cual nos sirve para cuantificar el porcentaje de variabilidad presente en los datos y el cual es explicado por el modelo de regresión, para ello son deseables los valores próximos a 100. En general, para fines de predicción algunos autores recomiendan un coeficiente de determinación ajustado al menos del 70%. (Gutierrez Pulido, Humberto y De La Vara Salazar, Roman. , 2008). Por lo cual este modelo cumple con el ajuste o explica la variabilidad de los datos.

#### 4.2.2 Variable de tiempo de reproceso.

Evaluando los resultados de la mejor ANOVA se obtiene que, para la variable tiempo de reproceso se observan 4 efectos significativos como lo muestra la tabla 14, lo anterior sugiere que si se trabaja la válvula de agua de enfriamiento del reactor y el tiempo de integración en nivel bajo, disminuye el tiempo de reproceso como lo muestra el grafico de superficie (grafico 21).

**Tabla 14. Análisis de varianza para tiempo de reproceso.**

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrados medios	Relación-F	Valor-P
A:APERTURA DE VALVULA	1025.09	1	1025.09	5.73	0.0231
B:TIEMPO DE INTEGRACION	16393.4	1	16393.4	91.67	0.0000
C:HORA DEL DIA	0.989713	1	0.989713	0.01	0.9412
AC	756.25	1	756.25	4.23	0.0485
BB	4648.91	1	4648.91	26.00	0.0000
Total error	5364.89	30	178.83		
Total (corr.)	28188.9	35			

R-cuadrado = 80.9681 por ciento

R-cuadrado (ajustado para g.l.) = 77.7961 por ciento

Error estándar del Est. = 13.3727

Media del error absoluto = 10.3414

Estadístico Durbin-Watson = 2.08957 (P=0.6154)

Auto correlación del residual Lag = -0.0914928

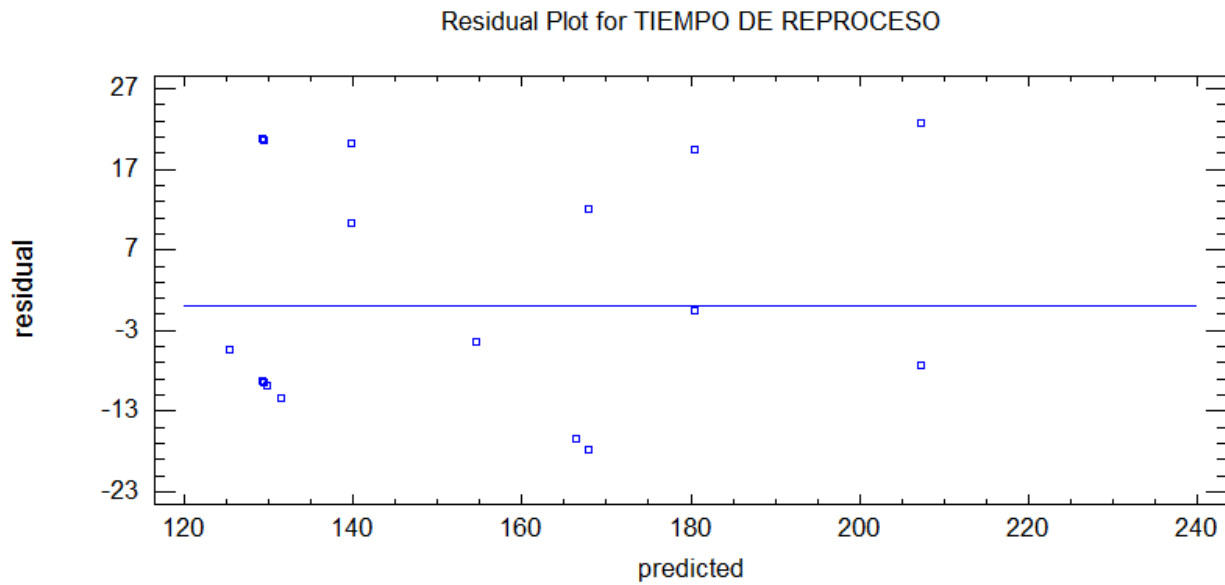
Coefficiente	Estimador
Constante	129.451
A:APERTURA DE VALVULA	6.14803
B:TIEMPO DE INTEGRACION	24.5902
C:HORA DEL DIA	0.200971
AC	6.875
BB	13.2628

**Tabla 15. Coeficientes de regresión para tiempo de reproceso**

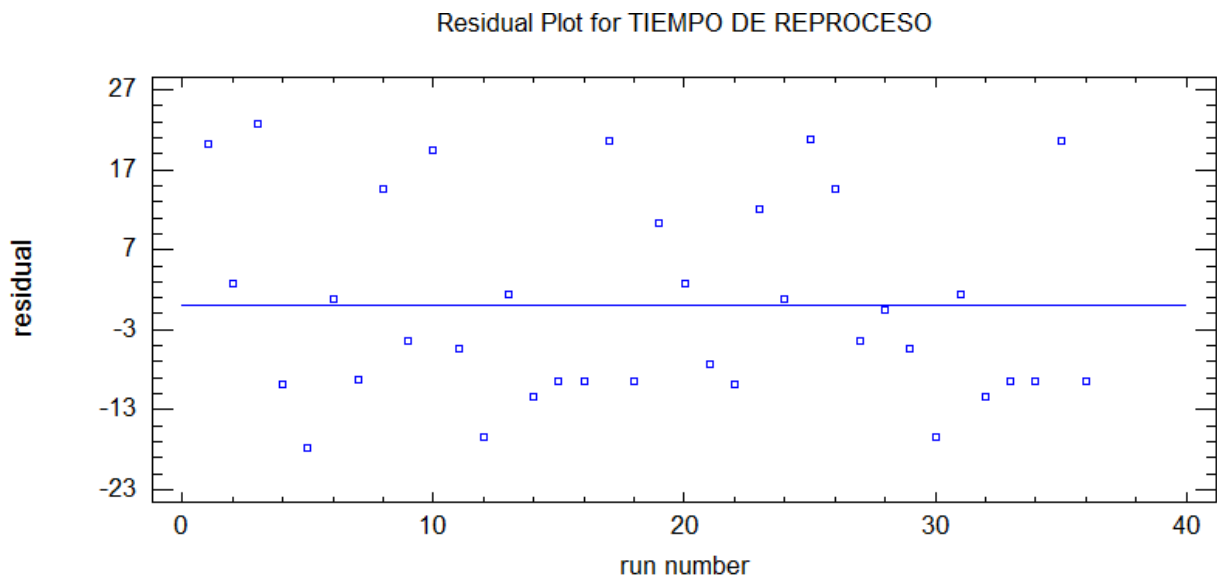
#### Modelo de regresión para el tiempo de reproceso.

TIEMPO DE REPROCESO = 129.451 + 6.14803\*APERTURA DE VALVULA + 24.5902\*TIEMPO DE INTEGRACION + 0.200971\*HORA DEL DIA + 6.875\*APERTURA DE VALVULA\*HORA DEL DIA + 13.2628\*TIEMPO DE INTEGRACION^2

**Gráfico 18. Residuales vs Predichos (Tiempo de reproceso).**



**Gráfico 19. Residuales vs Orden de Corrida (Tiempo de reproceso).**

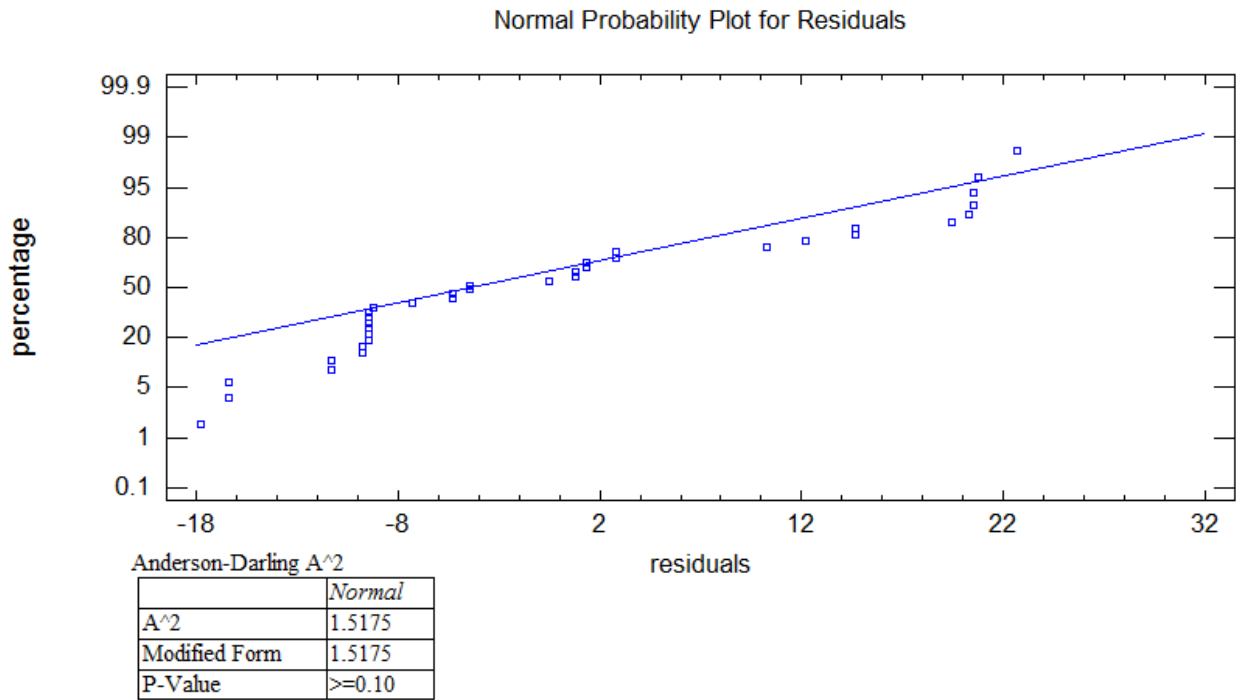


**Variance Check**

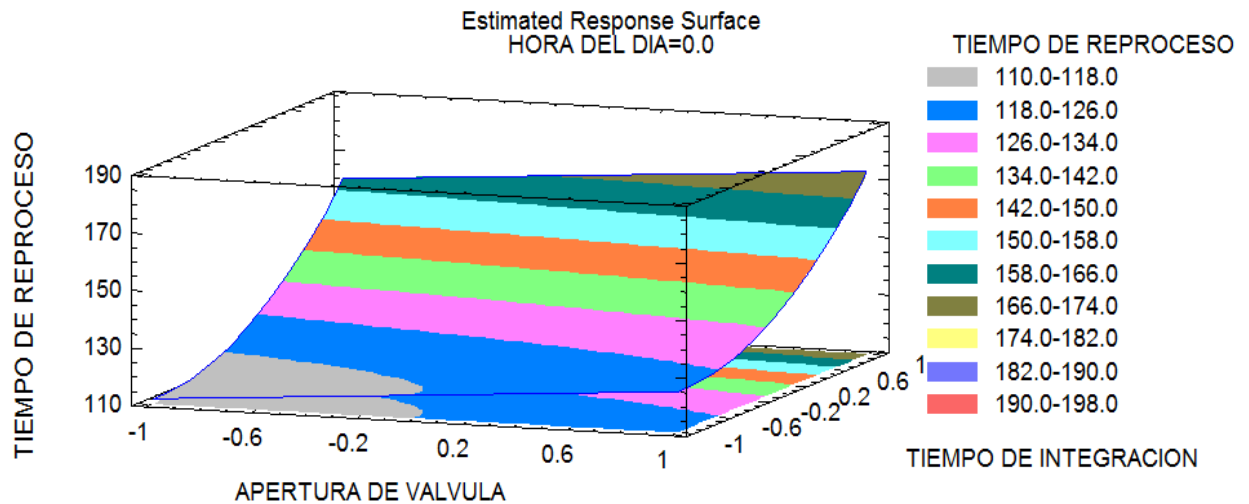
	Test	P-Value
Bartlett's	1.02469	0.887625



**Gráfico 20. Probabilidad Normal para los residuales (Tiempo de reproceso)**



**Gráfico 21. Superficie de respuesta para Tiempo de reproceso.**



Los supuestos de varianza constante y normalidad de los residuales, se apoyan en el gráfico 18, y el gráfico 20 y además el gráfico 19, el supuesto de independencia para la media, Para la variable de respuesta de tiempo de reproceso, el estadístico de Durbin-Watson, es mayor a 0.05, lo que apoya el supuesto de independencia.

El gráfico 21, nos muestra la superficie y se observa que en cuales niveles se debe o es conveniente trabajar para reducir el tiempo de reproceso.

En el análisis de la ANOVA para el tiempo de reproceso.

En este caso, se tiene 3 efectos significativos el cual tienen los valores de  $p$  inferior a 0.05, lo que indica que son significativamente diferentes de cero en el nivel de confianza del 95.0%. El estadístico R-cuadrado indica que el modelo se ajusta en un 80.9681% de la variabilidad en tiempo de reproceso. El estadístico del R-cuadrado ajustado, que es más adecuado para comparar modelos con diferente número de variables independientes es, 77.7961%. El error estándar de la estimación muestra la desviación estándar de los residuos es 13.3727. El error absoluto medio (MAE) es 10.3414 el cual es valor medio de los residuos.

El estadístico Durbin-Watson (DW) examina los residuos para determinar si existe alguna correlación significativa basada en el orden en que aparecen en el archivo de datos. Puesto que el valor P es mayor que 5.0%, no hay ninguna indicación de auto correlación serial en los residuos en el nivel de significancia del 5.0%.

#### **4.2.3 Variable solvente recuperado.**

Evaluando los resultados de la mejor ANOVA se obtiene que, para la variable de solvente recuperado se observan 6 efectos significativos como lo muestra la tabla 16, lo anterior sugiere que si se trabaja en nivel bajo la válvula de agua de enfriamiento del reactor y en nivel bajo el tiempo de integración se logra recuperar parte del solvente, como lo muestra el grafico de superficie (gráfico 25). Además de que el bloqueo de la materia prima es significativo, lo cual afecta dependiendo el tipo de proveedor de los PU'S (poliuretanos) que se utiliza.

**Tabla 16. Análisis de varianza para solvente recuperado**

<i>Fuente de variación</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Grados de libertad</i>	<i>Cuadrados medios</i>	<i>Relación-F</i>	<i>Valor-P</i>
A:APERTURA DE VALVULA	0.0046801	1	0.0046801	84.95	0.0000
B:TIEMPO DE INTEGRACION	0.0000150507	1	0.0000150507	0.27	0.6055
C:HORA DEL DIA	0.00000918078	1	0.00000918078	0.17	0.6863
AB	0.00027889	1	0.00027889	5.06	0.0328
AC	0.00051984	1	0.00051984	9.44	0.0048
BB	0.00114062	1	0.00114062	20.70	0.0001
CC	0.000233005	1	0.000233005	4.23	0.0495
Blocks	0.00027556	1	0.00027556	5.00	0.0338
Total error	0.0014875	27	0.0000550924		
Total (corr.)	0.00856858	35			

R-cuadrada = **82.6401** por ciento

R-cuadrada (ajustada para g.l.) = **78.3001** por ciento

Error estándar de Est. = **0.00742243**

Media del error absoluto = **0.00540359**

Estadístico Durbin-Watson = 1.34091 (**P=0.0154**)

Auto correlación residual Lag 1 = 0.296024

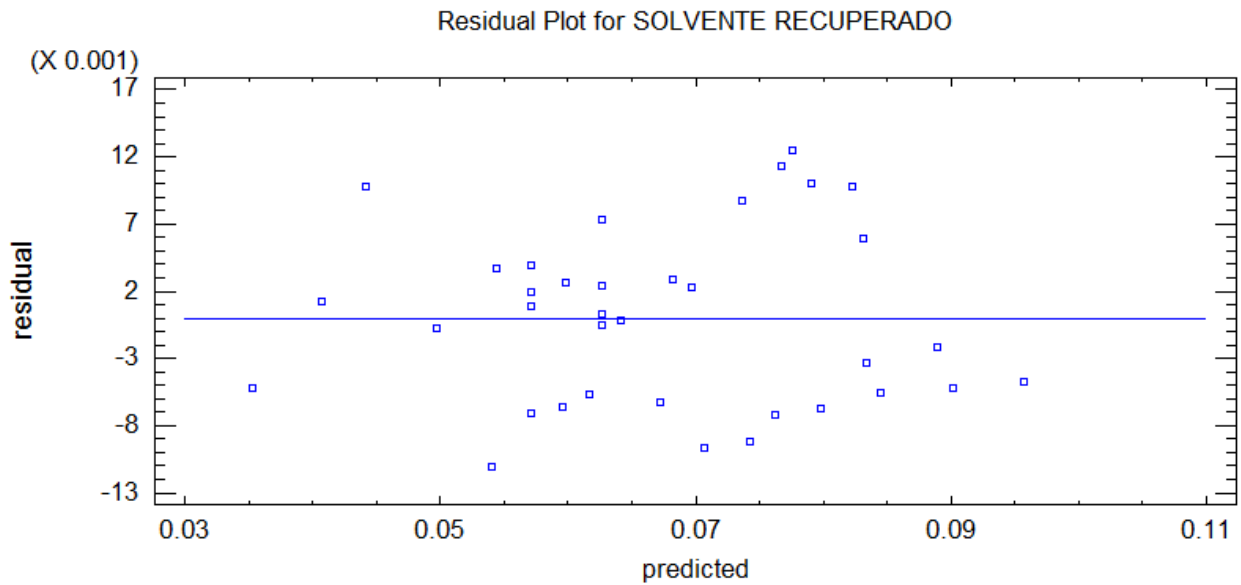
<i>Coficiente</i>	<i>Estimador</i>
Constate	0.0598723
A:APERTURA DE VALVULA	0.0131366
B:TIEMPO DE INTEGRACION	0.000745082
C:HORA DEL DIA	0.000628852
AB	-0.004175
AC	0.0057
BB	0.00660754
CC	0.00360449

**Tabla 17. Coeficientes de regresión para solvente recuperado**

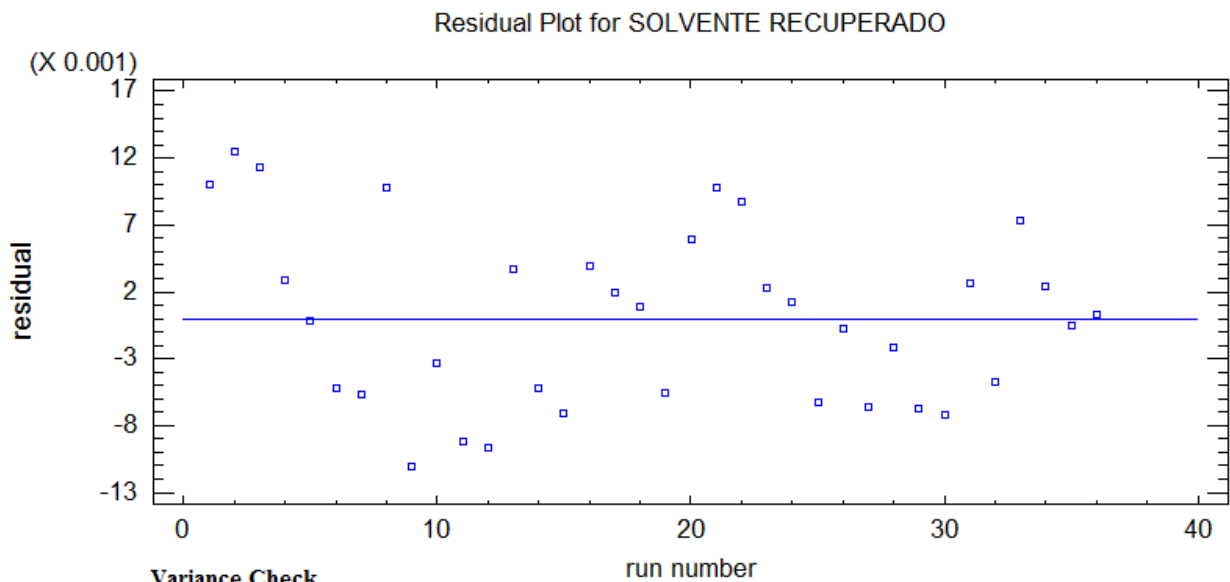
**Modelo de regresión para solvente recuperado.**

$$\text{SOLVENTE RECUPERADO} = 0.0598723 + 0.0131366 \cdot \text{APERTURA DE VALVULA} + 0.000745082 \cdot \text{TIEMPO DE INTEGRACION} + 0.000628852 \cdot \text{HORA DEL DIA} - 0.004175 \cdot \text{APERTURA DE VALVULA} \cdot \text{TIEMPO DE INTEGRACION} + 0.0057 \cdot \text{APERTURA DE VALVULA} \cdot \text{HORA DEL DIA} + 0.00660754 \cdot \text{TIEMPO DE INTEGRACION}^2 + 0.00360449 \cdot \text{HORA DEL DIA}^2$$

**Gráfico 22. Residuos vs Predichos (Solvente recuperado).**



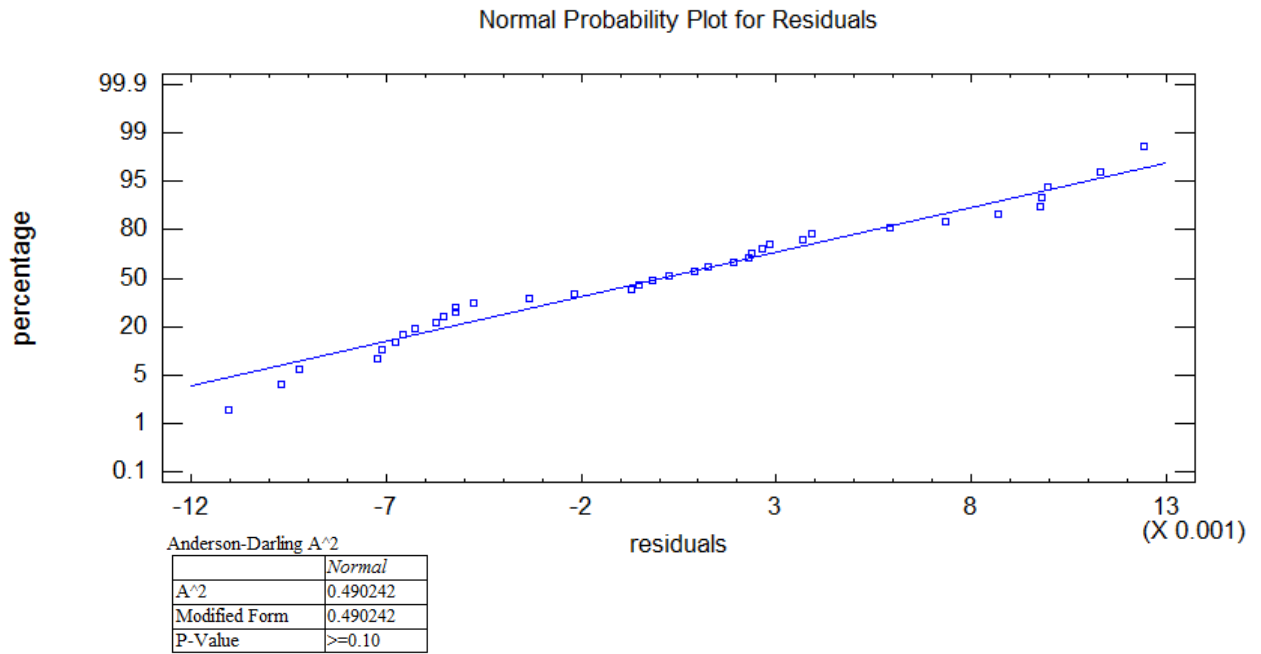
**Gráfico 23. Residuos vs Orden de corrida (solvente recuperado).**



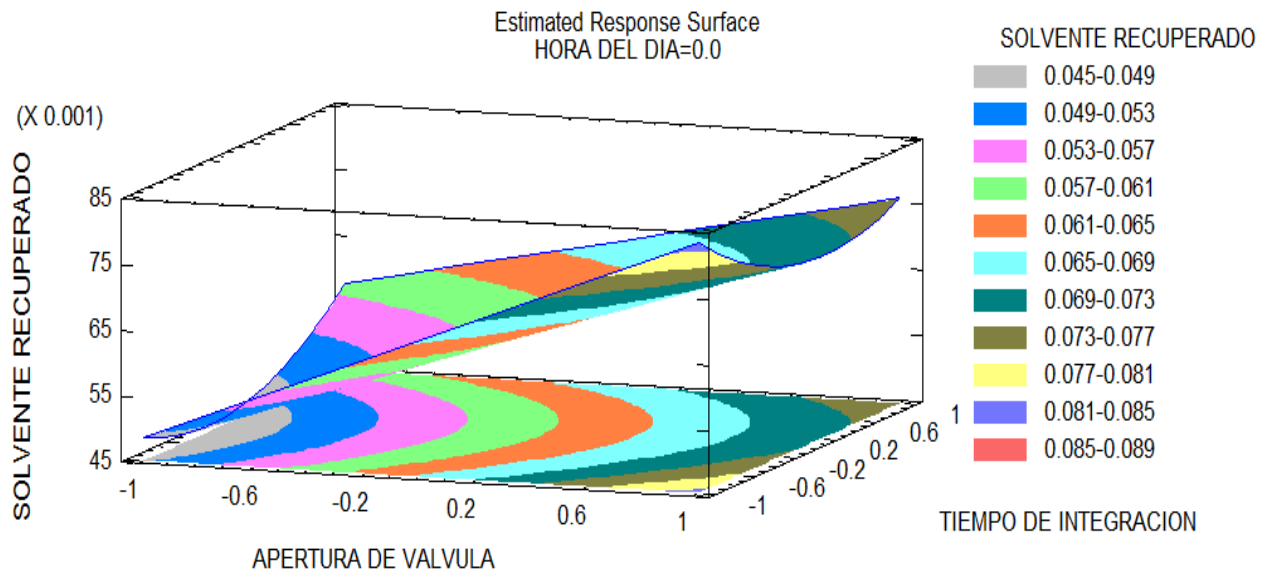
**Variance Check**

	Test	P-Value
Bartlett's	1.0362	0.92112

**Gráfico 24. Probabilidad normal de los residuales (solvente recuperado).**



**Gráfico 25. Superficie de respuesta para solvente recuperado.**



Los supuestos de varianza constante y normalidad de los residuales, se apoyan en el gráfico 22, y gráfico 24 y además el gráfico 23, el supuesto de independencia para la media, para la variable de respuesta de *solvente recuperado*, el estadístico de Durbin-Watson (tabla 18) es mayor a 0.05, lo que apoya el supuesto de independencia.

El gráfico 25, nos muestra la superficie y se observa que en cuales funciones se debe o es conveniente trabajar para recuperar solvente

En la ANOVA nos arroja que se tiene En este caso, 6 efectos tienen los valores de p inferior a 0.05, lo que indica que son significativamente diferentes de cero en el nivel de confianza del 95.0%. Y entre las variables el bloqueo resulta ser significativo y es factor para los tiempos de reproceso.

El estadístico R-cuadrado indica que el modelo se ajusta en un **82.6401%** de la variabilidad en *solvente recuperado*. El estadístico del R-cuadrado ajustado, que es más adecuado para comparar modelos con diferente número de variables independientes, es **78.3001%**. El error estándar de la estimación muestra la desviación estándar de los residuos a ser **0.00764859**. El error absoluto medio (MAE) es **0.00531695** es el valor medio de los residuos.

El estadístico Durbin-Watson (DW) examina los residuos para determinar si existe alguna correlación significativa basada en el orden en que aparecen en el archivo de datos. Puesto que el valor P es mayor que 5.0%, no hay ninguna indicación de auto correlación serial en los residuos en el nivel de significancia del 5.0%.

**Tabla 18. Estadísticos para los modelos de regresión**

ESTADISTICO	VISCOSIDAD	SOLVENTE RECUPERADO	TIEMPO DE REPROCESO
R2	75.9788	82.6401	80.9681
R2 AJ	71.9753	78.3001	77.7961
ERROR ESTANDAR DE LA ESTIMACION	189.059	0.00742243	13.3727
MEDIA DEL ERROR ABSOLUTO	143.219	0.00540359	10.3414
DURBIN WATSON	2.17652 (P=0.6149)	1.34091 (P=0.0154)	2.08957 (P=0.6154)

En este análisis se demostró que la eficiencia en el tiempo de integración aumenta cuando se trabaja en nivel bajo la válvula de agua de enfriamiento del reactor, y trabajando en nivel bajo el tiempo de integración disminuye el tiempo de reproceso como lo muestra el gráfico 25, por lo cual la viscosidad entra en especificación para los productos disminuyendo el tiempo de ajuste de reproceso para la fabricación de los adhesivos de la línea PU.

#### 4.3 Optimización de respuestas múltiples.

La mayoría de los problemas de calidad, consideran el análisis de más de una variable de calidad. La calidad del producto o proceso depende del valor que toman varias propiedades. En la mayoría de los casos, optimizar una sola de las características, provoca que las demás propiedades se vean afectadas y el resultado es un producto de mala calidad global. De aquí se deriva la importancia de contar con técnicas que permitan optimizar de manera simultáneas a todas las variables de respuesta de interés, o encontrar un punto de operación del proceso donde todas las variables tengan un valor deseado.

Debido a que es improbable que el óptimo global coincida con el óptimo de alguna respuesta individual, la solución del problema de respuesta múltiple suele ser satisfactoria para cada respuesta individual; puede esperarse que exista un punto de operación del proceso en el que todas las variables de respuesta cumplen con los requerimientos de la mejor manera posible.

Considerar simultáneamente varias respuestas, implica la construcción de modelos de regresión adecuados (errores independientes, distribuidos normalmente con media cero y varianza constante  $R^2_{aj} \geq 70\%$ ).

#### REALIZANDO LA OPTIMIZACION SIMULTANEA PARA LAS VARIABLES DE RESPUESTA

Datos de las variables:

SOLVENTE RECUPERADO  
VISCOSIDAD  
TIEMPO DE REPROCESO

**Tabla 19. Valores observados mínimos y máximos para las respuestas**

	<i>Observado</i>	<i>Observado</i>
<i>Respuesta</i>	<i>Mínimo</i>	<i>Máximo</i>
SOLVENTE RECUPERADO	0.03	0.092
TIEMPO DE REPROCESO	120.0	230.0
VISCOSIDAD	2980.0	4600.0

**Tabla 20. Deseabilidades de acuerdo a objetivos de optimización**

	<i>Deseabilidad</i>	<i>Deseabilidad</i>		<i>Pesos</i>	<i>Pesos</i>	
<i>Respuesta</i>	<i>Bajo</i>	<i>Alto</i>	<i>Meta</i>	<i>Primero</i>	<i>Segundo</i>	<i>Impacto</i>
SOLVENTE RECUPERADO	0.03	0.092	Maximizar	1.0		3.0
TIEMPO DE REPROCESO	120.0	230.0	Minimizar	1.0		3.0
VISCOSIDAD	2900.0	3980.0	3140.0	1.0	1.0	3.0

Con base a la declaración anterior se pretende recuperar el máximo del solvente en cada carga que la viscosidad quede dentro de la especificación en su valor nominal, y que el tiempo de reproceso sea mínimo para elaborar el producto. Se realizan los cálculos de la deseabilidad de acuerdo a los objetivos de optimización, como lo muestra la tabla 21, Mediante este procedimiento nos permite determinar la combinación de factores experimentales y que al mismo tiempo optimizar varias respuestas. Mediante la maximización de una función de deseabilidad evaluados en cada punto en el diseño. Entre los puntos de diseño, se consigue la máxima deseabilidad en la ejecución 29, y en la cual se obtiene una deseabilidad observada de **0.88253**, la mayor entre todas las ejecuciones como lo muestra la tabla 22. Además se encuentran en que niveles se trabaja este tratamiento fue efectivo para el logro de los objetivos de este proyecto.



**Tabla 21. Deseabilidades individuales para cada observación y predicción.**

<i>Filas</i>	<i>SOLVENTE RECUPERADO</i>	<i>TIEMPO DE REPROCESO</i>	<i>VISCOSIDAD</i>	<i>Predicha Deseabilidad</i>	<i>Observada Deseabilidad</i>
1	0.089	160.0	4600.0	0.0	0.0
2	0.09	120.0	3560.0	0.705285	0.785073
3	0.088	230.0	3640.0	0.472016	0.0
4	0.071	120.0	3120.0	0.742495	0.84632
5	0.064	150.0	3180.0	0.628417	0.724211
6	0.03	120.0	3250.0	0.392967	0.0
7	0.056	120.0	3120.0	0.735439	0.727106
8	0.054	120.0	3450.0	0.604713	0.625084
9	0.043	150.0	3100.0	0.635859	0.502754
10	0.08	200.0	4250.0	0.18664	0.0
11	0.065	120.0	3380.0	0.771235	0.738782
12	0.061	150.0	3370.0	0.5579	0.641563
13	0.058	120.0	3200.0	0.678715	0.748504
14	0.085	120.0	3840.0	0.244585	0.528778
15	0.05	120.0	3380.0	0.646391	0.613061
16	0.061	120.0	3380.0	0.646391	0.709492
17	0.059	150.0	3650.0	0.646391	0.511265
18	0.058	120.0	3370.0	0.646391	0.689613
19	0.079	150.0	3880.0	0.0	0.409016
20	0.089	120.0	3470.0	0.835691	0.832883
21	0.092	200.0	3160.0	0.539065	0.643311
22	0.0824	120.0	3140.0	0.84932	0.945467
23	0.072	180.0	3420.0	0.694872	0.589904
24	0.042	120.0	2980.0	0.547338	0.401072
25	0.061	150.0	3360.0	0.743232	0.64505
26	0.049	120.0	3080.0	0.473457	0.612549
27	0.053	150.0	3160.0	0.477998	0.640997
28	0.0867	180.0	3560.0	0.468676	0.592352
29	0.073	120.0	3210.0	0.88253	0.859863
30	0.069	150.0	3410.0	0.664904	0.677104
31	0.0625	120.0	3240.0	0.76433	0.772944
32	0.091	120.0	3960.0	0.600132	0.28613
33	0.07	120.0	3100.0	0.756593	0.813134
34	0.065	120.0	3110.0	0.756593	0.790487
35	0.0621	150.0	3070.0	0.756593	0.643699
36	0.0629	120.0	3140.0	0.756593	0.809595

Encontrando la combinación entre las variables y las condiciones de operación, se observa los niveles en los cuales, cada uno de los factores se logra la deseabilidad del óptimo global, y como se deben trabajar los niveles de las variables en su conjunto para obtener la optimización.

### Deseabilidad optimizada

Valor Optimo = 0.923009

**Tabla 22. Condiciones de operación óptimas.**

<i>Factores</i>	<i>Bajo</i>	<i>Alto</i>	<i>Óptimo</i>
APERTURA DE VALVULA	-1.66667	1.668	-0.300604
TIEMPO DE INTEGRACION	-1.66667	1.66667	-1.64856
HORA DEL DIA	-1.22222	1.66667	1.66667

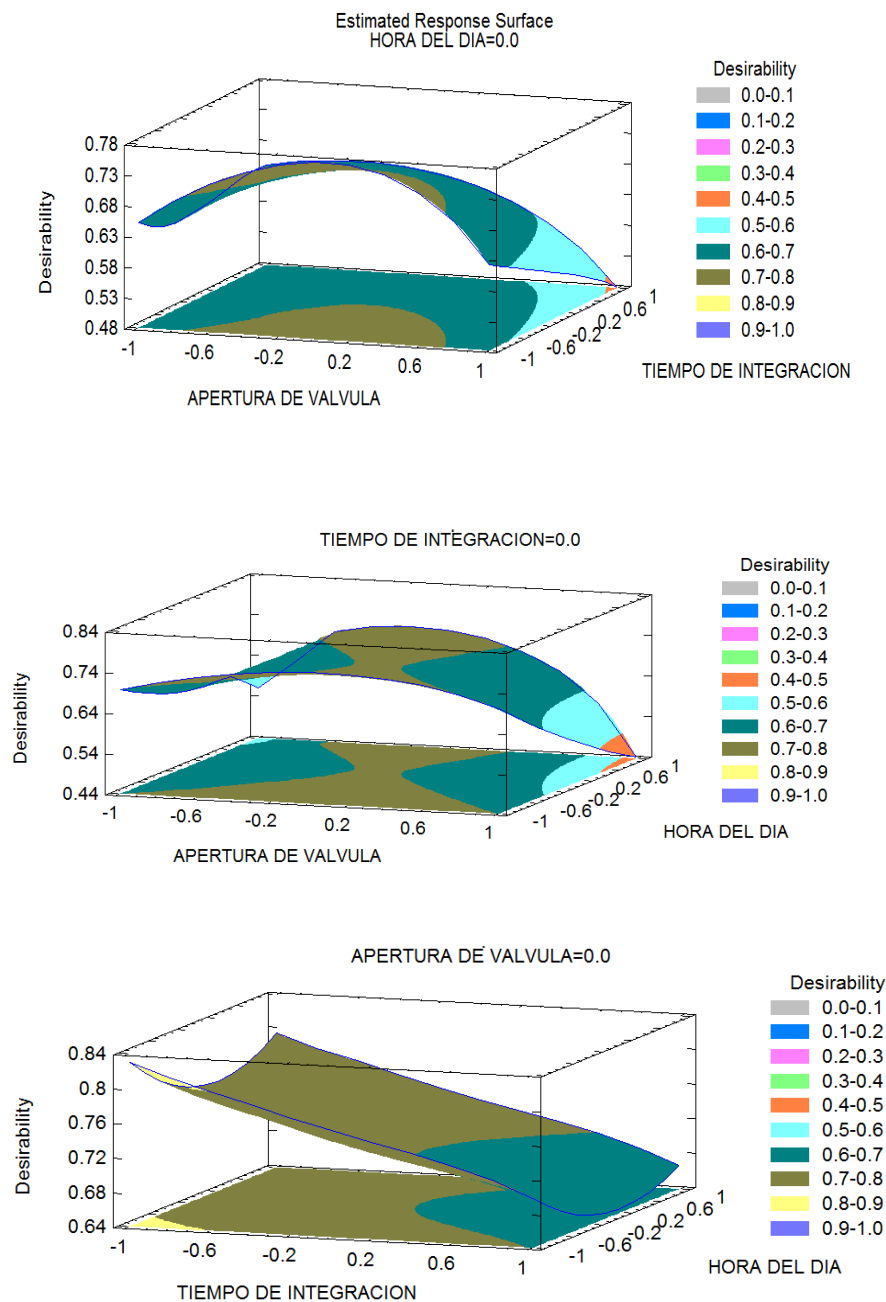
La tabla 22, nos indica las condiciones de operación en los niveles en los cuales se deben trabajar las variables controlables, para la optimización del proceso, como la válvula de enfriamiento es recomendable en nivel bajo, el valor óptimo para esta variable es -0.300604, lo que se traduce en variables decodificadas que la apertura de la válvula del agua de enfriamiento del reactor permanezca al 0% de apertura o completamente cerrada, el tiempo de integración en un punto estrella bajo con valor de -1.64856 lo que se traduce en variables decodificadas en tiempo de 70-90 min , y la hora del día en un punto axial alto con valor de 1.66667 lo que se traduce en variables decodificadas las 21 hrs del día. Además se observa una buena deseabilidad en el tratamiento 22 con un valor de 0.84932 en condiciones de operación: válvula del agua de enfriamiento del reactor permanezca al 0% de apertura, en nivel central de tiempo de integración de 120 min. A las 13:30 pm de la hora del día. Reduciendo el tiempo de reproceso y la viscosidad entrando en especificación.

**Tabla 23. Valores óptimos de las respuestas**

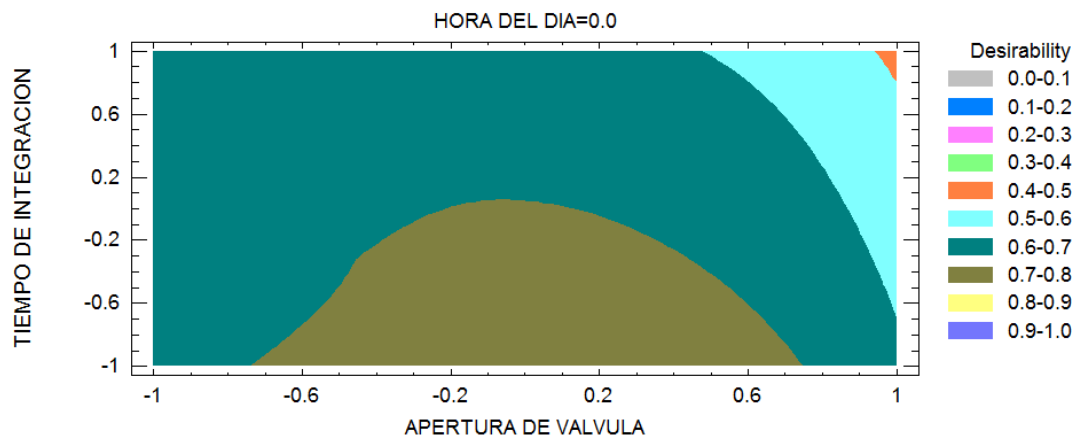
<i>Respuesta</i>	<i>Óptimo</i>
SOLVENTE RECUPERADO	0.0787885
VISCOSIDAD	3140.6
TIEMPO DE REPROCESO	90

Esta tabla 23, nos muestra los valores que se pueden lograr en las variables de respuesta con dicha optimización, es decir que si trabajamos en los niveles recomendados de acuerdo con el valor máximo la función de deseabilidad sobre la región indicada se logra obtener los valores óptimos de proceso como lo muestra el gráfico de superficie (gráfico 26).

### Gráficos 26. Superficie de optimización múltiple



**Gráfico 27. Contornos de la superficie de respuesta múltiple**



#### 4.4 Estudio de capacidad de proceso en planta antes de optimización.

Se realiza el estudio de capacidad individual del proceso en el equipo donde se aplicó la metodología, los resultados presentados se obtuvieron mediante los valores de las viscosidades de los datos históricos estos valores son resultados obtenidos desde el 2011, se les realiza una prueba de probabilidad normal para ver si los datos se distribuyen normalmente y se interpretan los resultados que se detallan a continuación.

La realización del estudio de capacidad como se encuentra actualmente antes de la mejora, se realiza mediante los datos obtenidos mencionados anteriormente y analizan con el apoyo del software STATGRAPHICS Centurión XV 15.1.02, los resultados se muestran en la tabla 24.

**Se observa en el estudio de capacidad:**

Variable: **VISCOSIDAD**

Distribución: **normal**

Datos: **Viscosidades**

Media: **3099.71**

	<i>Observado</i>		<i>Estimado</i>	<i>Defectos</i>
<i>Especificación</i>	<i>Fuera de especificación</i>	<i>Z-Score</i>	<i>Fuera de especificación</i>	<i>Por Millón</i>
LSE = 3380.0	1.28%	1.8	3.63%	36313.42
Nominal = 3140.0		0.06		
LIE = 2900.0	0.00%	-1.67	4.75%	47526.83
Total	1.28%		8.38%	83840.25

**Tabla 24. Resultados de análisis de capacidad de proceso antes de la mejora**

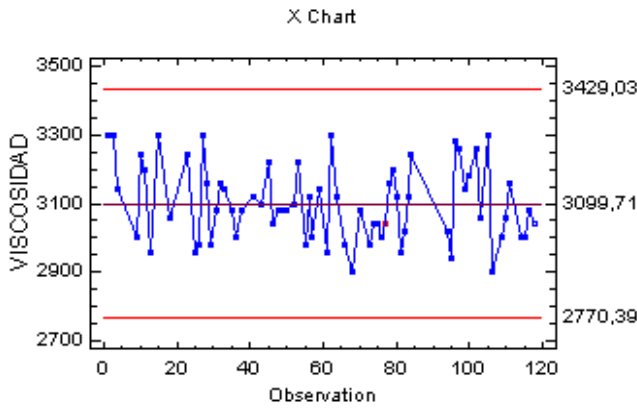


Gráfico 29. Carta X de valores observados de la viscosidad.

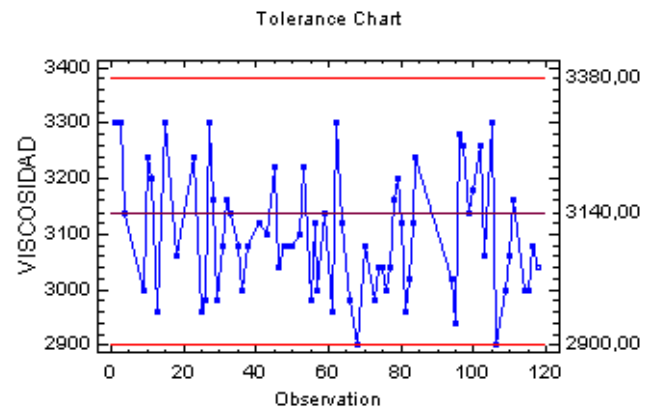


Gráfico 28. Carta R de valores observados de la viscosidad

El proceso se observa controlado en la carta de individuales, de igual se observa que en las especificaciones hay datos fuera de especificación con un 1.28% como lo muestra la tabla de análisis y como lo marca el gráfico de análisis.

	A corto plazo	A largo plazo
	Capacidad	Desempeño
sigma	110.16	109.773
Cp/Pp	0.73	0.73
Cpk/Ppk	0.60	0.61
DPM	40396.36	39766.47

Tabla 25. Capacidad de proceso a corto y largo plazo

Como se observa en la tabla 25, la predicción de la capacidad a corto plazo el **proceso es estable** pero **no es capaz ya que Cp= 0.73**, para un valor adecuado para una un proceso capaz debe estar el **Cp ≥ 1.33**, como lo muestra los valores del índice Cp y su interpretación de la tabla 6. (Gutierrez Pulido, Humberto y De La Vara Salazar, Roman. , 2008). Analizando el histograma se observa que el proceso tiene una ligera tendencia al límite inferior de especificaciones lo cual no está totalmente centrado y en el gráfico de rangos no se encuentra ningún punto fuera de control.

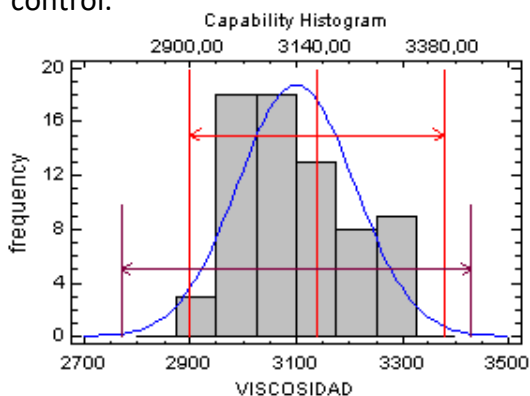


Gráfico 30. Histograma de capacidad para viscosidad

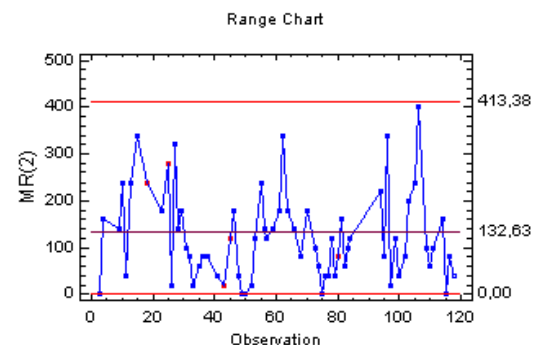


Gráfico 31. Grafico de Rangos para las observaciones

#### 4.5 Estudio de capacidad con mejora propuesta por la optimización de variables.

Con base a los resultados obtenidos en la optimización múltiple de las variables de proceso se ejecutan los cambios dentro del proceso, para realizar el análisis de capacidad de proceso y validar si se observa mejora en la capacidad del proceso.

Variable: **VISCOSIDAD MEJORA**

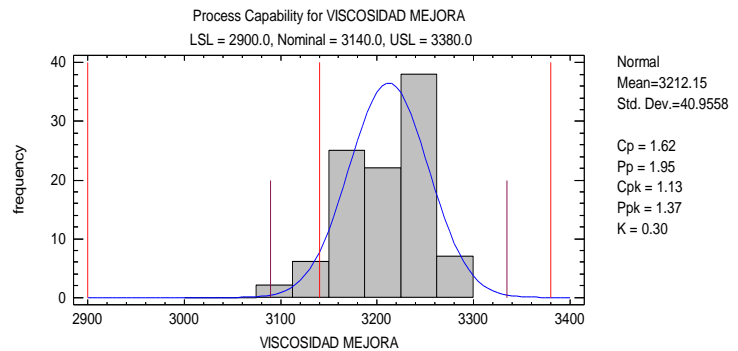
Datos: **viscosidad.**

Distribución: **Normal**

Muestra = **100**

Media= **3212.16**

Desviación estándar = **40.9505**



Límites 6.0 Sigma

+ 3.0 sigma = 3335.01

Media = 3212.16

- 3.0 sigma = 3089.31

Gráfico 32. Histograma de capacidad de proceso de viscosidad con mejora

Tabla 26. Valores observados en el análisis de capacidad con mejora.

	Observado		Estimador	Defectos
Especificaciones	Fuera de especificación	Z-Score	Fuera de especificación	Por millón
USL = 3380.0	0.00%	4.1	0.00%	20.79
Nominal = 3140.0		-1.76		
LSL = 2900.0	0.00%	-7.62	0.00%	0
Total	0.00%		0.00%	20.79

Como se observa en la tabla 26. No se observan valores fuera de especificación, los datos caen dentro de los límites de especificación:

LSE = 3380.0

Nom = 3140.0

LIE = 2900.0

	A corto plazo	A largo plazo
	Capacidad	Desempeño
Sigma	49.2872	40.9505
Cp/Pp	1.62314	1.95358
Cpk/Ppk	1.13512	1.3662
Cpk/Ppk (upper)	1.13512	1.3662
Cpk/Ppk (lower)	2.11116	2.54095
K		0.300667
DPM	330.451	20.7935

Tabla 27. Calculo de los índices de capacidad a corto y largo plazo

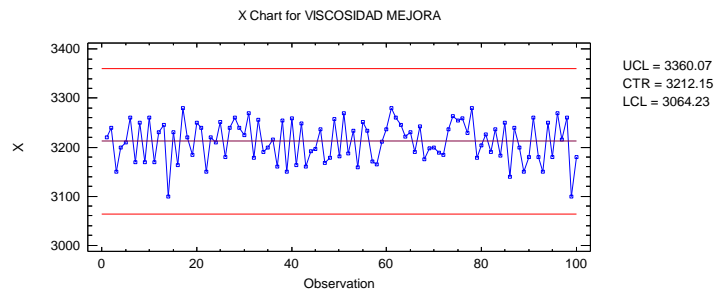


Gráfico 34. Grafico Individual para viscosidades

Los índices de capacidad están basados sobre los límites de 6.0 sigma. A corto plazo la estimación para el rango móvil. Como se puede apreciar en la tabla 26. El proceso se encuentra que es capaz ya que se observa que el  $C_p > 1.33$ , como lo muestra los valores del índice Cp y su interpretación de la tabla 6. (Gutierrez Pulido, Humberto y De La Vara Salazar, Roman. , 2008). Además el gráfico 33, nos muestra que el proceso está centrado.

#### 4.5.1 Comparativo entre análisis de capacidad antes vs después de la mejora.

Como se observa antes de la optimización de las variables por medio de la metodología de superficie de respuesta y la optimización múltiple, en la predicción de la capacidad a corto plazo el **proceso es estable** como lo muestra la tabla 25, pero **no es capaz ya que  $C_p = 0.73$** , para un valor adecuado para una un proceso capaz debe estar el  $C_p \geq 1.33$

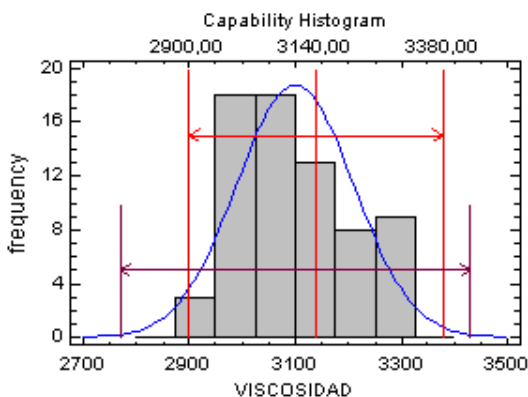


Gráfico 31. Histograma de capacidad para viscosidad

	A corto plazo	A largo plazo
	Capacidad	Desempeño
sigma	110.16	109.773
Cp/Pp	0.73	0.73
Cpk/Ppk	0.60	0.61
DPM	40396.36	39766.47

Tabla 25. Capacidad de proceso a corto y largo plazo

Después de aplicar las condiciones de operación mediante las variables optimizadas a través de la metodología de superficie de respuesta, se observa una mejora en la capacidad de proceso como lo muestra el gráfico 32. El proceso se encuentra que es capaz ya que se observa que el  $C_p > 1.33$ , como lo muestra los valores del índice  $C_p$  y su interpretación de la tabla 6. (Gutierrez Pulido, Humberto y De La Vara Salazar, Roman. , 2008). Además el gráfico 32, nos muestra que el proceso está centrado, observando una mejora considerable en el proceso y reduciendo los costos por la eliminación de los reprocesos en el reactor tipo Batch y aumentando el **índice  $C_p$  de 0.73 a 1.623** Como lo muestra la tabla 25 y 27 respectivamente.

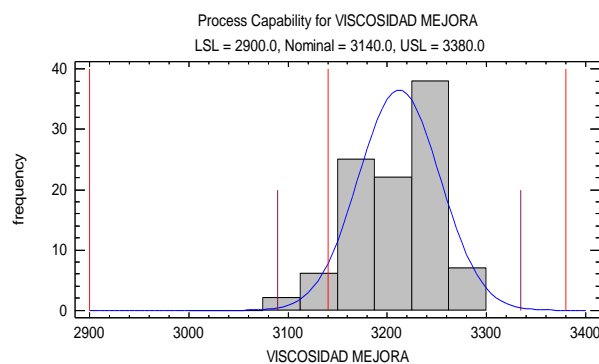


Gráfico 32. Histograma de capacidad de proceso de viscosidad con mejora

	A corto plazo	A largo plazo
	Capacidad	Desempeño
Sigma	49.2872	40.9505
$C_p/P_p$	1.62314	1.95358
$C_{pk}/P_{pk}$	1.13512	1.3662
$C_{pk}/P_{pk}$ (upper)	1.13512	1.3662
$C_{pk}/P_{pk}$ (lower)	2.11116	2.54095
K		0.300667
DPM	330.451	20.7935

Tabla 27. Calculo de los índices de capacidad a corto y largo plazo



# CAPITULO 5. CONCLUSIONES

En este análisis se demostró que el tiempo de reproceso disminuye, cuando se trabaja en nivel bajo la válvula de agua de enfriamiento del reactor, y trabajando en nivel bajo la hora del día, se obtiene una viscosidad dentro de las especificaciones para los productos sin afectar la calidad del producto y disminuyendo el tiempo de ajuste de reproceso para la manufactura de los adhesivos de la línea PU, como lo muestra en el gráfico 17 de superficie, se encontró también que el tipo de materia prima de poliuretano que se utiliza afecta al incremento de los tiempos de reproceso, dependiendo del proveedor que se utilice para dicha manufactura de productos.

Mediante la operación de las condiciones de proceso optimizadas, obtenidas mediante la metodología de superficie de respuesta, y al realizar la optimización de respuesta múltiple se determinó un punto en la región experimental, en el cual las variables de respuestas, presentan algunas características deseadas, particularmente próximas a un valor específico y con varianza pequeña, considerando la optimización de todas las variables de respuesta y encontrando una solución global en el proceso se encontró que si se opera con la válvula de agua de enfriamiento del reactor completamente cerrada y el tiempo de integración de 120 minutos y fabricando los productos a las 13:00 pm, no se incrementan los tiempos de proceso y se eliminan los tiempos de reproceso, reduciendo los costos de operación de la manufactura de adhesivos de la línea PU. También se incrementan considerablemente los índices de capacidad de proceso: antes de la mejora en la predicción de la capacidad a corto plazo el **proceso es estable** como lo muestra la tabla 25, pero **no es capaz ya que  $C_p = 0.73$** , para un valor adecuado para una un proceso capaz debe estar el  **$C_p \geq 1.33$** , Después de aplicar las condiciones de operación mediante las variables optimizadas a través de la metodología de superficie de respuesta, se observa una mejora en la capacidad de proceso como lo muestra el gráfico 32. El proceso se encuentra que es capaz ya que se observa que el índice  **$C_p$**  aumenta **de 0.73 a 1.623**, además que el proceso está centrado, observando una mejora considerable en el proceso sin valores fuera de especificación.

# CAPITULO 6. APÉNDICE

**Tabla 28. A1 FACTORES PARA LA CONSTRUCCION DE LAS CARTAS DE CONTROL.**

TAMAÑO DE MUESTRA	CARTA X A <sub>2</sub>	CARTA R			CARTA S c <sub>4</sub>	ESTIMACION DE $\sigma$ d <sub>2</sub>
		d <sub>3</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>		
2	1.880	0.853	0.0000	3.2686	0.7979	1.128
3	1.023	0.888	0.0000	2.5735	0.8862	1.693
4	0.729	0.880	0.0000	2.2822	0.9213	2.059
5	0.577	0.864	0.0000	2.1144	0.9400	2.326
6	0.483	0.848	0.0000	2.0039	0.9515	2.534
7	0.419	0.833	0.0758	1.9242	0.9594	2.704
8	0.373	0.820	0.1359	1.8641	0.9650	2.847
9	0.337	0.808	0.1838	1.8162	0.9693	2.970
10	0.308	0.797	0.2232	1.7768	0.9727	3.078
11	0.285	0.787	0.2559	1.7441	0.9754	3.173
12	0.266	0.778	0.2836	1.7164	0.9776	3.258
13	0.249	0.770	0.3076	1.6924	0.9794	3.336
14	0.235	0.763	0.3281	1.6719	0.9810	3.407
15	0.223	0.756	0.3468	1.6532	0.9823	3.472
16	0.212	0.750	0.3630	1.6370	0.9835	3.532
17	0.203	0.744	0.3779	1.6221	0.9845	3.588
18	0.194	0.739	0.3909	1.6091	0.9854	3.640
19	0.187	0.734	0.4031	1.5969	0.9862	3.689
20	0.18	0.729	0.4145	1.5855	0.9869	3.737
21	0.173	0.724	0.4251	1.5749	0.9876	3.778
22	0.167	0.720	0.4344	1.5656	0.9882	3.819
23	0.162	0.716	0.4432	1.5568	0.9887	3.858
24	0.157	0.712	0.4516	1.5484	0.9892	3.898
25	0.153	0.708	0.4597	1.5403	0.9896	3.931

## BIBLIOGRAFÍA

Box and Draper. (1987). *Empirical model-building and response surfaces*. Wiley and Sons.

Raymond H. Myers, Douglas C. Montgomery . (2008). *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments*. Wiley Series in Probability and Statistics.

ABADIE, J. (1978). THE GRG Method for Nonlinear Programming at Greenberg. *H.J. (Ed)* , 325-363.

AJ, K. (1987). Adhesion and adhesives: science an technology. En K. AJ, *Adhesion and adhesives: science an technology*. (pág. 435). London: Chapman & Hall.

Ali Azadeh & Amir Maghsoudi. (2010). Optimization of production systems through integration of computer simulation, design of experiment, and Tabu search: the case of a large steelmaking workshop. *Int J Adv Manuf Technol* 785–800 , 785–800.

Armitano, O. Edelman. J. y García, L. . (1985). *Programación no lineal*. México: Limusa.

Box G. E. P. & Wilson K. B. (1951). On the experimental attainment of optimum condition. *J. Roy. Statist. Soc. Ser. B Metho.* , 1-45.

Box, G.E.P., Hunter, W.G., and Hunter, J.S. (1978). *Statistics for Experimenters*. NY.: John Wiley & Sons.

Conover, W. J . (1980). *Nonparametric statistics* . New York, xiv, 493 p: Wiley 2d edition.

D.C. Montgomery and G.C. Runger. (1994). *Applied Statistics and Probability for Engineers*. New York: John Wiley and Sons, Inc.

Daniele Romano, Marco Varetto and Grazia Vicario. ( 2004). Multiresponse Robust Design: A General Framework Based on Combined Array. *Journal of Quality Technology Vol. 36, No. 1* , 27-38.

Del Castillo, E., Montgomery, D.C. y McCarville, D.R. (Julio de 1996). Modified Desirability Functions for Multiple Response Optimization. En *J. o. Technology., Vol. 3* (pág. No.3.).

Derringer, G. y Suich, R. . (1980). "*Simultaneous Optimization of Several Response Variables*". *Journal of Quality Technology*. págs. 214-219.: Vol. 12, 4.

Farooq Ahmed Arain, Anwaruddin Tanwari, Tanveer Hussain<sup>1</sup>, and Zulfiqar Ali Malik. (2012). Multiple Response Optimization of Rotor Yarn for Strength, Unevenness Hairiness and Imperfections. *Fibers and Polymers Vol.13, No.1* , 118-122.

FOWKLES, William y CREVELING, Clyde. . (1995). *Engineering Methods For Robust Product Desing Using Taguchi Methods in Technology and Product Development*. Addison-Wesley.

- G. Derringer, R. Suich. (1980). *Simultaneous optimization of several response variables*, *Journal of Quality Technology*. vol. 12, no. 4 pp. 214– 218.
- Gutierrez Pulido, Humberto y De La Vara Salazar, Roman. . (2008). *Análisis y diseño de experimentos*. Mexico D.F: Mc Graw Hill.
- H.-L. Lin. (2012). The Use of the Taguchi Method and a Neural-Genetic Approach to Optimize the Quality of a Pulsed Nd:YAG Laser Welding Process. *Society for Experimental Mechanics* , 1747-1567.
- Harrington., E. (1965). *The desirability function*, *Industrial Quality Control*. vol. 21, no. 10 pp. 494–498.
- Hendriks, M. M. W. B., de Boer, J. H., Smilde A.K. and Doornbos, D. A. . (1992). Multicriteria Decision Making. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*. , Vol. 16, 3.
- Ing-Lung Shih, Chia-Yu Kuo, Feng-Chia Hsieh, Suey-Sheng Kao, Chienyan Hsieh. (2008). Use of surface response methodology to optimize culture conditions for. *Journal of the Chinese Institute of Chemical Engineers* , 635–643.
- J. Lawson, J. L. Madrigal y J. Erjavec. (1992). *Estrategias Experimentales para el Mejoramiento de la Calidad en la Industria*. Mexico, D.F.: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Jang-Kweon Kim". (1999). Optimum Design of a Heat- Exchanger-Fan Casing of Clothes. *KSME International Journal* , 962-972.
- Khuri, A.I. and Cornell, J.A. (1996). *Response Surfaces*. Dekker Second Edition.
- Levenspiel, O. (2004). *Ingeniería de las reacciones químicas (3ª edición)*. México: Limusa Wiley (3ª edición) .
- Marcos Almeida Bezerraa,b,\*, Ricardo Erthal Santelli a, Eliane Padua Oliveiraa,. (© 2008 ). Response surface methodology (RSM) as a tool for optimization in. *Published by Elsevier B.V.* , 965–977.
- Martín-Martínez JM. (2003). *Handbook of adhesives and sealants. "shoe industry"* . University of Alicante Spain.
- Montgomery, D. C. . (2008). *Design and Analysis of Experiments*. New York.: 8th Edition: Wiles.
- Montgomery, D. C. (2008). *Design and Analysis of Experiments*. New York.8th Edition: Wiles.
- Myers, R. H. y Montgomery, D. C. (2003). *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments*. 2nd ed. New York.: John Wiley & Sons Inc.
- Myers, R.H., D.C. Montgomery, and G.G. NY, USA, 342 pp. (Vining. 2002). Generalized linear models, with applications in engineering and the sciences. *John Wiley and Sons Press* , NY, USA, 342 pp.

- N. Arunkumar & P. Venkatesh & K. S. Srinivas & Sanjiv Kaushik. (2012). Response surface modeling and optimization of single axis automatic application of automotive polyurethane coatings on plastic components. *Int J Adv Manuf Technol* , 50-58.
- N. Belavendram. (1995). *Quality by Design* . New York: Prentice Hall.
- Pignatiello, J.J. Jr . (1993). Strategies for Robust Multiresponse Quality Engineering. *.IIE trans.* , 25,5-15 .
- RAGHU N. KACKAR. (1985). Off-Line Quality Control, Parameter Design, and the Taguchi Method. *Journal of Qualify Technology Vol. 17, No. 4* , 176-189.
- Ramberg, John S., Pignatiello, Joseph J., Jr. and Sanchez, Susan M. (1992). "A Critique and Enhancement of the Taguchi Method," . Nashville, TN: Proceedings of the 46th Annual Quality Congress, American Society for Quality Control.
- Ross, Phillip. (1996.). *Taguchi Techniques for Quality Engineering*. 2da Ed. McGraw Hill.
- S. Dingal & T. R. Pradhan & J. K. Sarin Sundar & A. Roy Choudhury & S. K. Roy. (2008). The application of Taguchi's method in the experimental investigation of the laser sintering process. *Int J Adv Manuf Technol* , 904-914.
- S. Raissi, and R- Eslami Farsani. (51, 2009). *Statistical Process Optimization Through Multi-Response Surface Methodology*. *World Academy of Science, Engineering and Technology*. Pp 261-271.
- S.L.C. Ferreira a,\*, R.E. Bruns b, H.S. Ferreira a, G.D. Matos a, J.M. David a,. (2007). Box-Behnken design: An alternative for the optimization. *Elsevier B.V.* , 179-186.
- Taguchi G. (1950). System of Experimental Design: Engineering Methods to Optimize Quality and Minimize Cost. *Quality Resources: White Plains, NJ.* , 114-125.
- V. Abraira, A. Pérez de Vargas. (1996). *Métodos Multivariantes en Bioestadística*. España: Ed. Centro de Estudios Ramón Areces.
- W.Y. William, C.M. Creveling. (1998). *Engineering Methods for Robust Product Design*. Boston: Addison-Wesley.
- Zhen He<sup>1</sup>, Jing Wang<sup>1</sup>, Jinho Oh<sup>2</sup> and Sung H. Park<sup>2</sup>,. (2010). Robust optimization for multiple responses using response. *John Wiley & Sons, Ltd.* , 157-171.